Corso di Geometria 1 - a.a. 2001-2002
Prova scritta del 26.11.2001 compito A

Esercizio 1. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Si calcoli il determinante di A.

Punti (4)

Esercizio 2. Si considerino i vettori di $\mathbb{R}^4$: $v_1 = (1,1,1,0)$, $v_2 = (1,1,2,2)$, $v_3 = (1,1,1,1)$, e $v_4 = (-1,1,0,0)$. Si noti che i vettori v_i sono linearmente indipendenti. Si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che $F(v_1) = v_2$, $F(v_2) = v_2$, $F(v_3) = 2v_2$ e $F(v_4) = 0$.

a) Trovare la matrice A associata ad F nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$.

b) Calcolare la dimensione del nucleo $\ker(F)$ e dell'immagine di F.

c) Risolvere il problema lineare $F(x,y,z,t) = (4,4,8,8)$.

Punti (6+3 +3)

Esercizio 3. Si consideri la seguente matrice X_t dipendente da un parametro reale t :

$$X_t = \begin{pmatrix} 2t & t & 3t \\ 1 & t-1 & -2t \\ -1 & t-1 & 3t \end{pmatrix}$$

a) Calcolare al variare di t il rango di X_t.

b) Calcolare l'inversa di X_1.

Punti (3+3)

Esercizio 4. Siano A e B due matrici reali di ordine 3 invertibili. Sia I la matrice identità. *Vero o Falso*:

a) $A^2 + B^2$ è sempre invertibile.

b) $AB + BA = -2I$ è impossibile.

c) $AB - BA = -I$ è impossibile.

Punti (2+3+3)

Corso di Geometria 1 -a. a. 2001-02 Prova scritta 26.11.2000 Risultati

Nome:
Anno di corso

ESERCIZIO 1 $\det(A) =$

ESERCIZIO 2

a) $A =$

b) dim ker = dim Im=

c) Soluzioni:

ESERCIZIO 3

a) valori del parametro:

b) $X_1^{-1} =$

ESERCIZIO 4 (crocettare V=vero o F= falso)

a) V F

b) V F

c) V F

I risultati devono essere riportati in questo foglio, ma **l'elaborato deve essere consegnato**.

Il compito si ritiene superato se si ottengono 18 punti.

Corso di Geometria 1 - a.a. 2001-2002
Prova scritta del 26.11.2001 compito B

Esercizio 1. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Si calcoli il determinante di A.
Punti (4)

Esercizio 2. Si considerino i vettori di $\mathbb{R}^4 : v_1 = (1,1,1,0)$, $v_2 = (1,1,2,2)$, $v_3 = (1,1,1,1)$ e $v_4 = (-1,1,0,0)$. Si noti che i vettori v_i sono linearmente indipendenti. Si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che $F(v_1) = v_1$, $F(v_2) = v_1$, $F(v_3) = 2v_1$ e $F(v_4) = 0$.

a) Trovare la matrice A associata ad F nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$.

b) Calcolare la dimensione del nucleo $\ker(F)$ e dell'immagine di F.

c) Risolvere il problema lineare $F(x,y,z,t) = (2,2,2,0)$.

Punti (6+ 3 + 3)

Esercizio 3. Si consideri la seguente matrice X_t dipendente da un parametro reale t :

$$X_t = \begin{pmatrix} 2t & t & 3t \\ 1 & t-1 & -2t \\ 1 & 1-t & -3t \end{pmatrix}.$$

a) Calcolare al variare di t il rango di X_t.

b) Calcolare l'inversa di X_1.

Punti (3+3)

Esercizio 4. Siano A e B due matrici reali di ordine 3 invertibili. Sia I la matrice identità. *Vero o Falso*:

a) $A^2 + 2B^2$ è sempre invertibile.

b) $AB + BA = -I$ è impossibile.

c) $AB - BA = I$ è impossibile.

Punti (2+3+3)

Corso di Geometria 1 -a. a. 2001-02 Prova scritta 26.11.2001 Risultati

Nome:
Anno di corso

ESERCIZIO 1 $\det(A) =$

ESERCIZIO 2

a) $A =$

b) dim ker = dim Im=

c) Soluzioni:

ESERCIZIO 3

a) valori del parametro:

b) $X_1^{-1} =$

ESERCIZIO 4 (crocettare V=vero o F= falso)

a) V F

b) V F

c) V F

I risultati devono essere riportati in questo foglio, ma **l'elaborato deve essere consegnato**.

Il compito si ritiene superato se si ottengono 18 punti