

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2001-2002**  
*Prova scritta del 1.2.2002*

Compito A

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio  $S_3$  della geometria euclidea.

- a) Scrivere l'equazione del cerchio  $C$  nel piano  $z = 0$  passante per  $(0, 0, 0)$ ,  $(3, -3, 0)$  e tangente alla retta  $\{x - y = z = 0\}$ .
- b) Calcolare l'area di  $C$ .
- c) Scrivere l'equazione della retta  $r$  passante per il centro di  $C$  e  $P = (1, 1, 1)$ .
- d) Scrivere l'equazione del piano  $\Pi$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $P$ .

**Punti (2+1+2+2)**

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente matrice  $X_t$  dipendente da un parametro reale  $t$  :

$$X_t = \begin{pmatrix} 2t & 1 & 0 \\ 3t & 0 & 0 \\ t & 0 & -t \end{pmatrix}.$$

- a) Dire per quali valore del parametro reale  $X_t$  è diagonalizzabile.
- b) Calcolare autovalori e autovettori di  $X_1$ .

**Punti (5+5)**

**Esercizio 3.** Sia  $A$  una matrice reale di ordine 3 con  $A$  nilpotente non nulla. Sia  $I$  la matrice identità.

*Vero o Falso:*

- a)  $A^2 + 2A$  può essere invertibile ;
- b)  $A^2 + A$  non è mai diagonalizzabile;
- c)  $A + I$  non è mai simile a  $A^3 + I$ ;
- d)  $A + I$  non è mai simile a  $A^2 + I$ .

**Punti (2+2+2+2)**

**Esercizio 4.** Si consideri l'applicazione lineare  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che  $F(1, 1, 0) = (1, 1, 0, 0)$ ,  $F(0, 3, 1) = (0, 0, 0, 2)$  e  $F(0, 1, 1) = (0, 0, 0, -2)$ .

- a) Trovare la matrice  $A$  associata ad  $F$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^3$  ed  $\mathbb{R}^4$ .
- b) Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di  $F$ .

**Punti (3+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2001-2002**  
**Seconda prova scritta del 1.2.2002**

Compito A

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio  $S_3$  della geometria euclidea.

- a) Scrivere l'equazione del cerchio  $C$  nel piano  $z = 0$  passante per  $(0, 0, 0)$  e  $(3, -3, 0)$ , e tangente alla retta  $\{x - y = z = 0\}$ .
- b) Calcolare l'area di  $C$ .
- c) Scrivere l'equazione della retta  $r$  passante per il centro di  $C$  e  $P = (1, 1, 1)$ .
- d) Scrivere l'equazione del piano  $\Pi$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $P$ .

**Punti (3+1+3+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente matrice  $X_t$  dipendente da un parametro reale  $t$  :

$$X_t = \begin{pmatrix} 2t & 1 & 0 \\ 3t & 0 & 0 \\ t & 0 & -t \end{pmatrix}.$$

- a) Dire per quali valore del parametro reale  $X_t$  è diagonalizzabile.
- b) Calcolare autovalori e autovettori di  $X_1$ .

**Punti (6+6)**

**Esercizio 3.** Sia  $A$  una matrice reale di ordine 3 con  $A$  nilpotente non nulla. Sia  $I$  la matrice identità.

*Vero o Falso:*

- a)  $A^2 + 2A$  può essere invertibile ;
- b)  $A^2 + A$  non è mai diagonalizzabile;
- c)  $A + I$  non è mai simile a  $A^3 + I$ ;
- d)  $A + I$  non è mai simile a  $A^2 + I$ .

**Punti (2+2+2+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2001-2002**  
*Prova scritta del 1.2.2002*

**Compito B**

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio  $S_3$  della geometria euclidea.

- a) Scrivere l'equazione del cerchio  $C$  nel piano  $z = 0$  passante per  $(0, 0, 0)$ ,  $(3, 3, 0)$  e tangente alla retta  $\{x + y = z = 0\}$ .
- b) Calcolare l'area di  $C$ .
- c) Scrivere l'equazione della retta  $r$  passante per il centro di  $C$  e  $P = (1, 2, 1)$ .
- d) Scrivere l'equazione del piano  $\Pi$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $P$ .

**Punti (2+1+2+2)**

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente matrice  $X_t$  dipendente da un parametro reale  $t$  :

$$X_t = \begin{pmatrix} 2t & 1 & 0 \\ 3t & 0 & 0 \\ 2t & 0 & -t \end{pmatrix}.$$

- a) Dire per quali valore del parametro reale  $X_t$  è diagonalizzabile.
- b) Calcolare autovalori e autovettori di  $X_1$ .

**Punti (5+5)**

**Esercizio 3.** Sia  $A$  una matrice reale di ordine 3 con  $A$  nilpotente non nulla. Sia  $I$  la matrice identità.

*Vero o Falso:*

- a)  $A - A^2$  può essere invertibile ;
- b)  $A^2 - A$  non è mai diagonalizzabile;
- c)  $A - I$  non è mai simile a  $A^3 - I$  ;
- d)  $A - I$  non è mai simile a  $A^2 - I$ .

**Punti (2+2+2+2)**

**Esercizio 4.** Si consideri l'applicazione lineare  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che  $F(1, 1, 0) = (1, 1, 0, 0)$ ,  $F(0, 3, 1) = (0, 0, 0, 2)$  e  $F(0, 1, 1) = (0, 0, 0, -2)$ .

- a) Trovare la matrice  $A$  associata ad  $F$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^3$  ed  $\mathbb{R}^4$ .
- b) Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di  $F$ .

**Punti (3+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2001-2002**  
**Seconda prova scritta del 1.2.2002**

Compito B

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio  $S_3$  della geometria euclidea.

- a) Scrivere l'equazione del cerchio  $C$  nel piano  $z = 0$  passante per  $(0,0,0)$  e  $(3,3,0)$ , e tangente alla retta  $\{x + y = z = 0\}$ .
- b) Calcolare l'area di  $C$ .
- c) Scrivere l'equazione della retta  $r$  passante per il centro di  $C$  e  $P = (1, 2, 1)$ .
- d) Scrivere l'equazione del piano  $\Pi$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $P$ .

**Punti (2+1+2+2)**

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente matrice  $X_t$  dipendente da un parametro reale  $t$  :

$$X_t = \begin{pmatrix} 2t & 1 & 0 \\ 3t & 0 & 0 \\ 2t & 0 & -t \end{pmatrix}.$$

- a) Dire per quali valore del parametro reale  $X_t$  è diagonalizzabile.
- b) Calcolare autovalori e autovettori di  $X_1$ .

**Punti (6+6)**

**Esercizio 3.** Sia  $A$  una matrice reale di ordine 3 con  $A$  nilpotente non nulla. Sia  $I$  la matrice identità.

*Vero o Falso:*

- a)  $A - A^2$  può essere invertibile ;
- b)  $A^2 - A$  non è mai diagonalizzabile;
- c)  $A - I$  non è mai simile a  $A^3 - I$  ;
- d)  $A - I$  non è mai simile a  $A^2 - I$ .

**Punti (2+2+2+2)**

**Corso di Geometria 1 -a. a. 2001-02 Prova scritta 1.2.2002 Risultati**

Nome:

Cognome:

Nuovo ordinamento

**SI**

**NO**

COMPITO

**A**

**B**

prova completa

II prova.

**ESERCIZIO 1**

a)  $C =$

b) area di  $C =$

c)  $r =$

d)  $\Pi =$

**ESERCIZIO 2**

a) valori di  $t$  :  $X_t$  è diagonalizzabile:

b) autovalori                      autovettori

**ESERCIZIO 3 (croettare V=vero o F=falso)**

a) V              F

b) V              F

c) V              F

d) V              F

**ESERCIZIO 4**

a)  $A =$

b)  $\dim Ker =$

$\dim Im =$

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di voto. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.

Chi ha superato lo scritto di novembre può svolgere solo i primi 3 esercizi cioè la parte contenuta nelle pagine 2 per il compito A e 4 per il compito B (la scala dei punti è modificata).

Il compito si ritiene sufficiente se si ottengono 18/30 .