

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003**

*Prova scritta del 2.7.2003*

**Esercizio 1.** Si consideri lo spazio euclideo  $\mathcal{E}^3$  munito di un riferimento ortonormale  $Oxyz$ .

- Scrivere le equazioni cartesiane della retta  $r$  passante per il punto  $P(1, 0, 2)$  e parallela alla retta di equazioni  $x + 2y = 0, x - 2z = 0$ .
- Dimostrare che  $r$  è incidente al piano  $\pi$  di equazione  $2x + y - z = -1$  e calcolare il punto di intersezione.
- Scrivere le equazioni delle sfere tangenti al piano  $\pi$ , di raggio 4 e aventi centro sulla retta  $r$ .

**Punti (3+3+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro  $t \in \mathbb{R}$ ,  $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che  $F_t(1, -1, 1, 0) = (1, 2, 3, 4)$ ,  $F_t(1, 0, -1, 1) = (0, 0, 0, t)$ ,  $F_t(2, -1, 0, 2) = (1, 2, 3, 4 + 2t)$  e  $F_t(0, 1, 0, -1) = (1, 2, 3, 4 - t)$ .

- Trovare la matrice  $A_t$  associata ad  $F_t$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^4$ .
- Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di  $F_t$ .
- Dire per quali valore del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
- Calcolare autovalori e autovettori di  $A_1$ .

**Punti (5+2+5+3)**

**Esercizio 3.** Sia  $A$  una matrice quadrata reale di ordine 3, non diagonale, ma avente tutti gli autovalori reali  $\geq 0$ . Supponiamo inoltre che il quadrato,  $A^2$ , di  $A$  sia diagonale.

*Vero o Falso:*

- $A$  non può essere nilpotente.
- $A$  può avere tre autovalori distinti.
- $A^3$  è sempre diagonalizzabile sui reali.

**Punti (2+2+2)**

**Corso di Algebra Lineare - a.a. 2002-03 Prova scritta 2.7.2003**

Risultati

Nome:

Cognome:

Nuovo ordinamento

**SI**

**NO**

Matematica

Fisica

**ESERCIZIO 1**

- a) equazioni cartesiane:
- b) coordinate del punto intersezione:
- c) equazioni delle sfere:

**ESERCIZIO 2**

- a)  $A_t =$
- b)  $\dim Ker =$   $\dim Im =$
- c) valori di  $t$  per cui  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali:
- d) autovalori di  $A_1$ :
- autovettori di  $A_1$ :

**ESERCIZIO 3 (croettare V=vero o F= falso)**

- a) V      F
- b) V      F
- c) V      F

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di voto. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il procedimento non deve essere riportato su questo modulo. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.

Il compito si ritiene sufficiente se si ottengono 18/30 .