

Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003

Prova scritta del 24.2.2003

Compito A

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio  $S_3$  della geometria euclidea.

- Scrivere le equazioni dei due cerchi  $C_1$  e  $C_2$  nel piano  $z = 0$ , passanti per i punti  $(0, 1, 0)$  e  $(1, 0, 0)$  e aventi raggio  $r = 1$ .
- Scrivere l'equazione del piano  $\pi$  passante i centri  $O_1$  di  $C_1$  e  $O_2$  di  $C_2$  e  $Q \equiv (3, 2, 1)$ .
- 
- Dire se la sfera avente centro in  $Q$  e passante per  $O_1$  contiene  $O_2$ .

**Punti (3+3+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro  $t \in \mathbb{R}$ ,  $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che  $F_t(1, 1, 1, 0) = (3, 2 + t, 2, 0)$ ,  $F_t(1, -t, -1, 0) = (1, t, 0, 0)$ ,  $F_t(0, 1, 0, 1) = (0, 0, 0, t)$  e  $F_t(0, 1, 0, -1) = (0, 0, 0, -t)$ .

- Trovare la matrice  $A_t$  associata ad  $F_t$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^4$ .
- Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di  $F_t$ .
- Dire per quali valore del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
- Calcolare autovalori e autovettori di  $A_1$ .

**Punti (5+2+5+3)**

**Esercizio 3.** Sia  $A$  una matrice quadrata reale di ordine 4. Supponiamo che  $A$  abbia 9 dei 16 scalari nulli e i rimanenti 7 uguali ad  $+1$

*Vero o Falso:*

- $A$  non può avere rango 1
- $A$  non può essere nilpotente.
- $A$  non è mai diagonalizzabile sui reali.

**Punti (2+2+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003**  
**Seconda prova scritta del 24.2.2003**

Compito B

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio  $S_3$  della geometria euclidea.

- a) Scrivere l'equazione dei due cerchi  $C_1$  e  $C_2$  nel piano  $z = 0$ , passanti per i punti  $(0, -1, 0)$   $(-1, 0, 0)$  e aventi raggio  $r = 1$ .
- b) Scrivere l'equazione del piano  $\pi$  passante i centri  $O_1$  di  $C_1$  e  $O_2$  di  $C_2$  e  $Q \equiv (-3, -2, -1)$ .
- c) Dire se la sfera avente centro in  $Q$  e passante per  $O_1$  contiene  $O_2$ .

**Punti (3+3+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro  $t \in \mathbb{R}$ ,  $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che  $F_t(1, 1, 1, 0) = (3, 2 - t, 2, 0)$ ,  $F_t(1, t, -1, 0) = (1, -t, 0, 0)$ ,  $F_t(0, 1, 0, 1) = (0, 0, 0, -t)$  e  $F_t(0, 1, 0, -1) = (0, 0, 0, t)$ .

- a) Trovare la matrice  $A_t$  associata ad  $F_t$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^4$ .
- b) Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di  $F_t$ .
- c) Dire per quali valori del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
- d) Calcolare autovalori e autovettori di  $A_{-1}$ .

**Punti 5+2+5+3)**

**Esercizio 3.** Sia  $A$  una matrice quadrata reale di ordine 4. Supponiamo che  $A$  abbia 9 dei 16 scalari nulli e i rimanenti 7 uguali ad  $-1$

*Vero o Falso:*

- a)  $A$  non può avere rango 1
- b)  $A$  non può essere nilpotente.
- c)  $A$  non è mai diagonalizzabile sui reali.

**Punti (2+2+2)**

