Esercizi in preparazione all'esame scritto

Dicembre 2013

1. Calcolare $\lim_{x\to 0} \dfrac{\arctan x - x}{2x(e^{x^2}-1)}$

2. Calcolare $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{\cos x + x}{e^x} + \dfrac{x \arctan x}{x+1}$

3. Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x\sin x + e^{2x} - x$ nel punto di ascissa $x = 0$

4. Data la funzione $f(x) = e^{x^2}$ trovare, se esistono, i punti di estremo relativo e classificarli

5. Data l'equazione $u''(x) + 4u'(x) + 4u(x) = e^{-x}$ trovarne l'integrale generale $u(x)$ e calcolare $\lim_{x\to+\infty} e^{u(x)}$.

6. Calcolare $\displaystyle\int_0^1 xe^{2x} + 2xe^{x^2}\, dx$

7. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $u'(x) + \dfrac{1}{x}u(x) = -x$, $u(1) = 1$

8. Stabilire se convergono i seguenti integrali

A) $\displaystyle\int_0^1 \frac{(\sin x)^{1/2}}{x^2 + \arctan x}\, dx$,

B) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{|\sin x|^{1/2}}{x^2 + \arctan x}\, dx$.

La funzione $f(x) = \dfrac{|\sin x|^{1/2}}{x^2 + \arctan x}$ è integrabile su $[0, +\infty)$?

9. Sia $F(x) = \displaystyle\int_0^x |t-1|\, dt$. Stabilire se F è: A) continua B) derivabile C) convessa D) monotona E) ammette estremi relativi e classificarli

10. Trovare per quali valori del parametro α converge l'integrale $\displaystyle\int_0^{1/4} \frac{(e^x-1)^\alpha}{\sin x}\, dx$.

11. Calcolare $\displaystyle\int_0^1 \frac{2}{x^{1/2}}\, dx + \int_1^{+\infty} e^{-2x}\, dx$

12. Calcolare il modulo del numero complesso

$$z = \frac{4+3i}{1-i}$$

13. Calcolare i seguenti limiti

A) $\lim_{n\to+\infty} n^{n^{-1/2}}$

B) $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2+1}$

14. Stabilire se la seguente serie converge, diverge o è irregolare

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \cos n \frac{n^2}{n!}$$

15. Calcolare $f'(0)$ dove $f(x) = (\arctan x + 1)^x$

16. Stabilire se $f(x) = |x| \sin |x|$ è differenziabile in $x = 0$ e scriverne l'equazione della retta tangente al grafico in tal punto.

17. Sia $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 6x^3 + 15x^2$ e (c, d) il più grande intervallo in cui f è concava. Calcolare $2f(c) + d$.

18. Risolvere l'equazione $(z-1)^3 = i$ in campo complesso.

19. Trovare la soluzione alla seguente equazione

$$u'(x) + u(x) - \int_0^x u(t)dt = x, \quad u(0) = 1$$