

COGNOME E NOME

Seconda Prova in itinere di Matematica 31-1-2002

Problema 1 (4 punti, 2 punti ciascuno)

Calcolare l'area delle seguenti figure piane:

$$A = \{(x, y) \text{ t.c. } 0 \leq x \leq 2 \quad x \leq y \leq e^{2x}\}$$

$$B = \{(x, y) \text{ t.c. } 0 \leq x \leq 2 \quad -2x \leq y \leq e^{-x}\}$$

- area (A)=
 - area (B)=
-

Problema 2 (6 punti: 3 punti ciascuno)

Dire se i seguenti integrali impropri sono finiti o infiniti, giustificando in ciascun caso la risposta:

- $\int_1^{\infty} e^{-3x} dx$: giustificazione:
 - $\int_1^{\infty} e^{-3x} \cdot |\cos x + \sin x| dx$ giustificazione:
-

Problema 3 (6 punti)

Una variabile statistica ha una legge normale di media 1 e deviazione standard 2. Calcolare le seguenti frequenze:

- a) $f\{t \mid 1.5 < X(t) < 2\} =$
 - b) $f\{t \mid 2 < X(t) < 3\} =$
 - c) $f\{t \mid X(t) < 4\} =$
 - d) $f\{t \mid X(t) = 1\} =$
-

Problema 4 (4 punti) Dire se il seguente integrale è finito o infinito e se è finito calcolarlo:

$$\int_1^{\infty} x^2 \cdot (x^3 + 1)^{-1} dx$$

Soluzioni:

Problema 5 (6 punti)

Sia $f(x, y) = x^2 + 2y$.

- (a) Calcolare il gradiente di f nel punto $(2, -1)$;
- ..
- (b) Nel punto $(2, -1)$ calcolare la derivata direzionale di f nella direzione e verso del vettore $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$;
- ..
- (c) Nel punto $(2, -1)$ calcolare la derivata direzionale di f nella direzione e verso del vettore (h, k) ;
- ..
- (d) Scrivere quanti sono i punti del piano in cui il gradiente di f si annulla.
- ..

Problema 6 (3 punti)

Calcolare il coseno dell'angolo α compreso tra i due vettori $(1, -1, 0)$ e $(-2, -1, 3)$

- $\cos(\alpha) =$

Problema 7 (6 punti:3 punti ciascuno)

- Calcolare la derivata della funzione $F(x) = \int_1^x \frac{e^t}{(t+1)^2 + 2} dt$:
- $F'(x) =$
- Dire perchè la funzione $F(x)$ è monotona crescente su tutta la retta reale.
- La funzione $F(x)$ è monotona crescente perchè.....