

ESERCIZI 26-11-2001

1) Calcolare la derivata della seguente funzione:

$$\frac{\log_e x}{e^{3x}}.$$

2) È data la funzione definita sull'intervallo $[-1,1]$ nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & \text{se } |x| \leq \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \text{se } x < -\frac{1}{2} \\ x & \text{se } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Trovare:

a) Valori di x per cui f non è continua b) Valori di x per cui f non è derivabile

b) punti di massimo (x_2) e minimo (x_1) assoluti e valori di massimo (M) e minimo (m) assoluti.

3) Dimostrare che l'equazione $x^5 + 3x^3 + 1 = 0$ ha una e una sola soluzione compresa tra -1 e 0 e trovare un valore approssimato per eccesso a meno di $1/4$ di una di tali soluzioni.

4) Determinare il tempo di dimezzamento di una sostanza radioattiva sapendo che dopo 10 anni rimane il 90% della quantità iniziale (si ricordi che se $C(t)$ è la quantità di sostanza radioattiva al tempo t si ha $C(t) = C_0 \cdot e^{kt}$).

5) Calcolare la derivata della funzione $f(x) = x/3 + e^{2x}$. Dire perchè $f(x)$ è monotona crescente. Trovare $f^{-1}'(1)$. (Si osservi che $f(0) = 1$)

6) Trovare le dimensioni (raggio di base e altezza) della lattina cilindrica di volume massimo tra quelle con superficie totale 10 dm^2 .