

# Teoria dei Giochi

**Anna Torre**

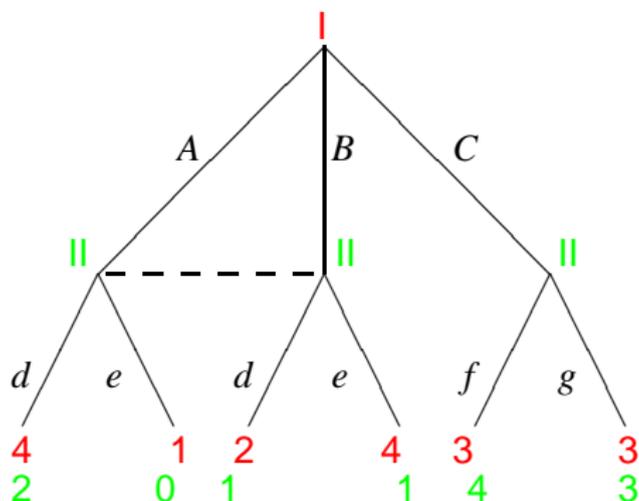
Almo Collegio Borromeo 7 maggio 2018 email: [anna.torre@unipv.it](mailto:anna.torre@unipv.it)  
sito web del corso: [www-dimat.unipv.it/atorre/borromeo2016.html](http://www-dimat.unipv.it/atorre/borromeo2016.html)

# MODALITÀ DI ESAME

- ▶ È previsto un appello alla fine del corso: scritto per chi ha diritto a 3 crediti, scritto e orale chi ha diritto a più crediti;
- ▶ Un altro appello in giugno;
- ▶ In seguito mi dovete contattare per email

# Esercizio 1

Dato il seguente gioco in forma estesa:



- ▶ trovarne la forma strategica;
- ▶ trovare poi tutti gli equilibri di Nash in strategie pure;
- ▶ trovare l'eventuale equilibrio che si ottiene per eliminazione iterata di strategie dominate

## Esercizio 2

Due giocatori devono spartirsi 10 euro. Tutte le suddivisioni sono accettabili compresa l'opzione di lasciare soldi sul tavolo.

Supponiamo che se  $x$  è la quantità di denaro che prende il giocatore  $I$  e  $y$  è la quantità di denaro che prende il giocatore  $II$  si abbia  $u_I(x) = 2x$  e  $u_{II}(y) = y - 5$ . Sia poi  $(0, 0)$  il "disagreement point".  
Quale è la soluzione di Nash del problema?

## Esercizio 3

Calcolare il valore Shapley del gioco a tre giocatori  $N = \{1, 2, 3\}$ , definito da:

- ▶  $v(S) = 0$  quando  $S$  contiene un solo elemento,
- ▶  $v(1, 2) = 1$   $v(1, 3) = v(2, 3) = 2$
- ▶  $v(N) = 3$ .
  
- ▶ Il valore trovato appartiene al nucleo?
- ▶ Disegnare il nucleo del gioco

## Esercizio 4

Dato il seguente gioco in forma strategica:

$I \backslash II$	$L$	$R$
$T$	$(2, 1)$	$(-1, -2)$
$B$	$(2, -1)$	$(1, 0)$

Trovare tutti gli equilibri di Nash in strategie pure e miste.

Dire se la seguente distribuzione di probabilità:

$I \backslash II$	$L$	$R$
$T$	$\frac{1}{5}$	$0$
$B$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$

è una strategia correlata e se è una strategia mista.

## Esercizio 5

Calcolare il valore Shapley del gioco a tre giocatori  $N = \{1, 2, 3\}$ , definito da:

- ▶  $v(S) = 0$  quando  $S$  contiene un solo elemento,
- ▶  $v(S) = 1$  quando  $S$  contiene 2 elementi
- ▶  $v(N) = 2$ .

Il valore trovato appartiene al nucleo?

Trovare il nucleo del gioco.

## Esercizio 6

- ▶ 1) Supponiamo che due giocatori debbano spartirsi 100 euro. Ammettiamo che tutte le suddivisioni siano accettabili, compresa l'opzione di lasciare (parte) dei soldi sul tavolo.
- ▶ Supponiamo che  $u_I(t) = t$  e che  $u_{II}(t) = 3t$ .
- ▶ Supponiamo infine che il disagreement point sia  $(0, 0)$ .
- ▶ Quale è la soluzione di Nash del problema di contrattazione

## Esercizio 7

Dato il seguente gioco in forma strategica:

	C	D
A	2,3	1,0
B	0,1	3,2

dove il primo giocatore sceglie le righe della matrice e il secondo le colonne.

Calcolare gli equilibri di Nash in strategie pure e in strategie miste del gioco.

## Esercizio 8

Si consideri il problema di contrattazione in cui

$$F = \{(u_I, u_{II}) : u_{II} \leq -u_I^2 + 2\} \text{ e } d = (0, 0)$$

Trovare la soluzione di Nash.

Dato il seguente gioco in forma strategica:

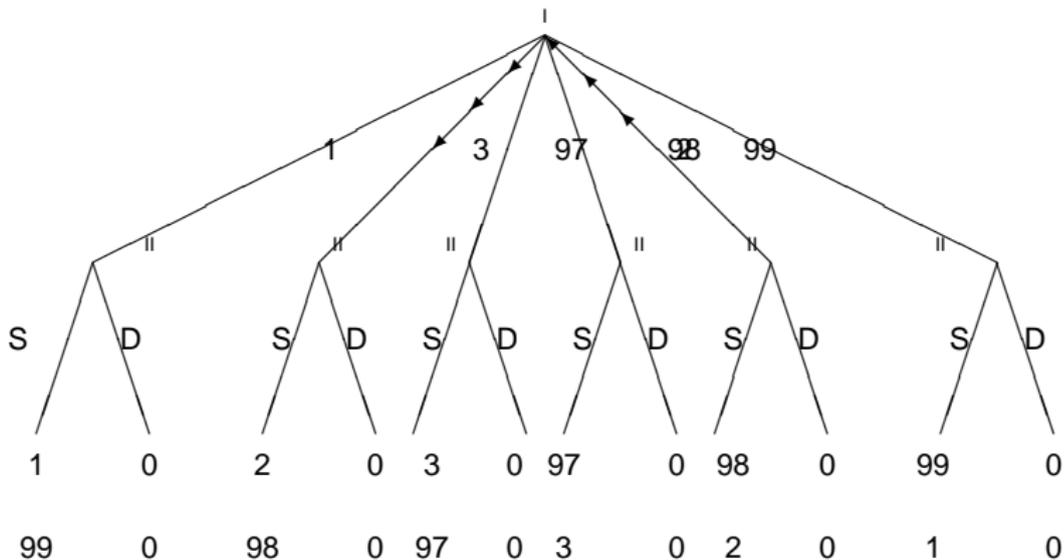
	A	B
A	2,2	0,3
B	3,0	1,1

dove il primo giocatore sceglie le righe della matrice e il secondo le colonne. Supponiamo che il gioco venga giocato due volte.

La coppia di strategie:

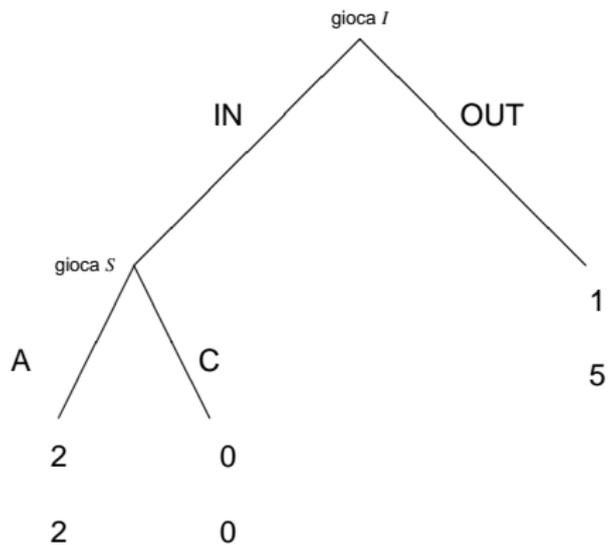
- ▶ Gioco  $A$  la prima volta e  $B$  la seconda è un equilibrio di Nash?
- ▶ Gioco sempre  $A$ ?
- ▶ Gioco sempre  $B$ ?
- ▶ Solo per studenti di facoltà scientifiche: se il gioco viene giocato infinite volte, come deve essere il tasso di sconto perché la coppia di trigger strategies sia un equilibrio di Nash?

# Esercizio 10



Trovare gli equilibri di Nash perfetti nei sottogiochi.

# Esercizio 11



Trovare gli

equilibri di Nash perfetti nei sottogiochi



## Esercizio 12 :IL GIOCO DEI POLLI

	I \ II	S	N
S	(1, 1)	(0, 2)	
N	(2, 0)	(-3, -3)	

- ▶ Trovare gli equilibri di Nash in strategie pure e miste
- ▶ Trovare la soluzione di Nash del gioco cooperativo associato (cioè quando si usano strategie correlate)

## Esercizio 13

<i>I</i> \ <i>II</i>	<i>NR</i>	<i>R</i>
<i>NR</i>	(2, 1)	(1, 3)
<i>R</i>	(3, 0)	(0, 2)

- ▶ Trovare gli equilibri di Nash in strategie pure e miste
- ▶ Ci sono strategie dominate?

## ESERCIZIO 14

$I \backslash II$	A	B	C
A'	(40, 40)	(120, 10)	(10, 40)
B'	(10, 120)	(10, 10)	(120, 40)
C'	(40, 10)	(40, 120)	(40, 40)

- ▶ Trovare gli equilibri di Nash in strategie pure;
- ▶ Trovare il maxmin;
- ▶ Voi cosa giochereste?

## ESERCIZIO 15

Dato il seguente gioco a tre giocatori:

$$N = \{1, 2, 3\}, v(\{1\}) = v(\{2\}) = 0, v(\{3\}) = 1, v(\{1, 2\}) = 9, \\ v(\{1, 3\}) = 6, v(\{2, 3\}) = 5, v(\{1, 2, 3\}) = 12.$$

- ▶ Calcolare il nucleo e il valore Shapley
- ▶ Dire se il valore Shapley appartiene al nucleo