A N A L I S I 2	cognome e nome	firma
appello del 26 novembre 1999		

1. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' = (x+y')^2 \\ y(0) = \alpha \qquad \alpha \in \mathbf{R} \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Verificare che tale soluzione ha un minimo assoluto in $x = 0 \quad \forall \alpha \in \mathbf{R}$. Dedurre questa proprietà senza risolvere esplicitamente.

Fino a punti 8

---

2. si consideri la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x,y) = \frac{x+y}{1+(x^2+y^2)^3}.$$

Determinare, se esistono, massimo e minimo assoluto di f nella regione $S = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \ x \geq 0\}$.

Fino a punti 8

---

3. Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+x^3-xy^2)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Verificare che f è continua in $(0,0)$ e calcolare $f_x(0,0)$ e $f_y(0,0)$. f è differenziabile in $(0,0)$?

Fino a punti 7

---

4. Sia $D \subseteq \mathbf{R}^2$ il dominio racchiuso dall'arco γ parametrizzato da

$$\gamma : \begin{cases} x = t - t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$$

con $t \in [0,1]$. Calcolare

$$\int_D \frac{1}{2+x}\, dxdy.$$

Fino a punti 7

Tempo: 3 ore	spazio riservato alla commissione	1.	2.	3.	4.	totale