Corso di Introduzione alla Topologia Algebrica - a.a. 2005-2006

Prova scritta del 13.2.2006

1. Siano D_1 e D_2 due copie del disco unitario in $\mathbb{C}$. Siano h_1 e h_2 interi positivi. Indichiamo con $\varphi_i \colon \partial D_i \to S^1$ la mappa definita da $\varphi_i(\zeta) = \zeta^{h_i}$. Sia X il CW-complesso ottenuto attaccando D_1 e D_2 a S^1 tramite φ_1 e φ_2. Calcolare il gruppo fondamentale di X. Dire per quali valori di h_1 e h_2 lo spazio X è omeomorfo, o omotopicamente equivalente, a una superficie chiusa.

2. Sia X uno spazio topologico. Mostrare che $H_k(X \times S^1)$ è isomorfo a $H_k(X) \oplus H_{k-1}(X)$ per ogni k. Generalizzare questo risultato a $H_k(X \times S^n)$.