

1) Stabilire se il seguente integrale esiste finito

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^2} \sin x}{1+3x^2} dx$$

2) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin^2 x} \int_0^x \sqrt[3]{\sin t - t} dt$

3) Calcolare  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \int_{1+\frac{1}{n}}^{1+\frac{2}{n}} 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} x\right) dx$

4) Trovare le soluzioni in  $\mathbb{C}$  di

$$(z-2i)^2 + 2 + 2\sqrt{3}i = 0$$

5) Calcolare  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}{e^n}$

6) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n + \log n}{n^2}$$

7) Sia  $f(x) = \begin{cases} x^4 + 3x^3 & \text{per } x \geq 0 \\ \frac{\log(1+x^2) - x^2}{\sqrt[3]{x}} & \text{per } x < 0 \end{cases}$

a) Stabilire se  $f$  è continua in  $\mathbb{R}$

b) Calcolare  $f'(0^+)$  e  $f'(0^-)$

c) Stabilire se  $f$  è derivabile in  $\mathbb{R}$