Integrali tripli

1. Calcolare i seguenti integrali tripli:

   (a) $\iiint_A (x+z)dxdydz, \quad A = [0,2] \times [1,2] \times [1,4];$ [21]

   (b) $\iiint_A (x+y+z)dxdydz, \quad A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, y \leq z \leq 2y\};$ [1/3]

   (c) $\iiint_A z\,dxdydz, \quad A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x,y,z \geq 0, x+y+z \leq 2\};$ [2/3]

   (d) $\iiint_A (x^3+1)dxdydz, \quad A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 4, x \leq 1\};$ [27π/6]

   (e) $\iiint_A zdxdydz, \quad A = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 4 \leq x^2+y^2, \frac{1}{4}(x^2+y^2) \leq z \leq 4\right\};$ [54π]

   (f) $\iiint_A \frac{x(4-z)}{x^2+y^2}dxdydz, \quad A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \geq 1, x,y,z \geq 0, x^2+y^2+z \leq 4\};$ [49/10]

2. Calcolare il baricentro e il volume dei seguenti solidi omogenei (cioè con densità di massa costante):

   (a) $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 4, z \leq 0, x^2+y^2 \leq z^2\};$ [(0, 0, 3/(-8+4$\sqrt{2}$)); 8π(2-$\sqrt{2}$)/3]

   (b) $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \leq z \leq 4\};$ [(0, 0, 8/3); 8π]

3. Determinare il volume dei seguenti solidi di rotazione:

   (a) $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 0, y - (1/4)x^2 + x - 1 \leq 0, 0 \leq x \leq 3\}$ attorno all'asse x; [33π/80]

   (b) $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0, \sin z \leq y \leq \pi - z, 0 \leq z \leq \pi\}$ attorno all'asse z; [$\pi^4/3 - \pi^2/2$]

   (c) T triangolo di vertici $(0,-1,2), (0,0,4)$ e $(0,2,2)$ attorno all'asse y. [16π]