ANALISI MATEMATICA 2 Prova di autovalutazione 19/04/2010	COGNOME e Nome firma

1. Si consideri la serie numerica $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{\log(k^2)}{k}$.

La serie converge? $\boxed{\text{SI}}$ La serie converge assolutamente? $\boxed{\text{NO}}$

2. Determinare il raggio R e l'insieme di convergenza I della serie di potenze $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x+4)^k}{\sqrt[3]{k^2+1}}$.

$R = \boxed{1}$ $\quad$ I $= \boxed{[-5,-3)}$

3. Determinare l'insieme di convergenza della serie $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{(1-x^3)^k}{k3^k}$.

$I = \boxed{[-\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4})}$

4. Sia $f(x,y) = x^2 y e^{\frac{1}{x^2+y^2}}$. Determinare

$$\nabla f(x,y) = \boxed{e^{\frac{1}{x^2+y^2}}\left(2xy - \frac{2x^3y}{(x^2+y^2)^2}, x^2 - \frac{2x^2y^2}{(x^2+y^2)^2}\right)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(-1,1) = \boxed{e^{1/2}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)}, \text{ dove } \vec{v} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

5. Si consideri la funzione $f(x,y) = \log\left(1-(x-1)^2-y^2\right)$.

- Determinare e **disegnare sul retro del foglio** il dominio della funzione dom$f$ e l'insieme di livello -2, I_{-2}

  dom$f = \boxed{\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, (x-1)^2+y^2<1\right\}}$ $\quad I_{-2} = \boxed{\left\{(x,y) \in \mathrm{dom} f \,|\, (x-1)^2+y^2 = 1-e^{-2}\right\}}$

- $\nabla f(x,y) = \boxed{\frac{1}{1-(x-1)^2-y^2}(-2x+2,-2y)}$

- Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico $\Gamma(f)$ nel punto $(1,0,f(1,0))$.

  $\boxed{z=0}$

6. Si consideri la funzione $f(x,y,z) = \frac{1}{xyz} + \sin(xz)$. Determinare

dom$f$ = $= \boxed{\left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0\right\}}$

$$\nabla f(x,y,z) = = \boxed{\left(-\frac{1}{x^2yz} + z\cos(xz), -\frac{1}{xy^2z}, -\frac{1}{xyz^2} + x\cos(xz)\right)}$$

$$\mathrm{H}f(\pi,-1,1) = \boxed{\begin{pmatrix} -\frac{2}{\pi^3} & \frac{1}{\pi^2} & -\frac{1}{\pi^2}-1 \\ \frac{1}{\pi^2} & -\frac{2}{\pi} & \frac{1}{\pi} \\ -\frac{1}{\pi^2}-1 & \frac{1}{\pi} & -\frac{2}{\pi} \end{pmatrix}}$$