Curve

Esercizio 1
Calcolare la lunghezza dell'arco $\gamma(t) = (t, t^{3/2})$, $t \in [1, 4]$.

Esercizio 2
Scrivere una parametrizzazione semplice e una parametrizzazione non semplice della circonferenza con centro $C(2, 1)$ e raggio $r = 2$.

Esercizio 3
Scrivere una parametrizzazione regolare a tratti della frontiera del triangolo di vertici $O(0, 0)$, $A(2, 1)$ e $B(0, 3)$.

Esercizio 4
Calcolare l'integrale di linea del campo $F(x, y, z) = (z, y, 2x)$ lungo l'arco di curva $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$, $t \in [1, 2]$.

Esercizio 5
Calcolare la lunghezza del grafico della funzione $f(x) = (\frac{4}{3} + x)^{3/2}$ ristretta a $[0, 1]$.

Esercizio 6
Data la curva $\gamma(t) = t(2t^2 - 3t + 1)\hat{\imath} + \cos(2\pi t)\hat{\jmath}$, $t \in [0, 1]$, stabilire se è chiusa e/o regolare.

Esercizio 7
Scrivere una parametrizzazione dell'arco di ellisse di equazione cartesiana $x^2 + 8y^2 = 1$ contenuto nel primo quadrante.

Esercizio 8
Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva $\gamma(t) = (e^{2t}, t + \log(t + 1))$, $t \in [-1/2, 1]$ nel punto $P = (1, 0)$.

Esercizio 9
Calcolare l'integrale curvilineo di prima specie $\int_\gamma \frac{1-x}{y^2+z^2} ds$, dove $\gamma(t) = (t^2, \cos t, \sin t)$, $t \in [0, 1/2]$.

Esercizio 10
Stabilire se le seguenti curve sono regolari e/o chiuse.

1. $\gamma(t) = (t^2, t^4)$, $t \in [-1, 1]$
2. $\gamma(t) = (t - \pi, \sin t)$, $t \in [-\pi, \pi]$
3. $\gamma(t) = (e^t, t - t^2, \log(1 + t))$, $t \in [2, 3]$

Esercizio 11
Calcolare la lunghezza del grafico della funzione $f(x) = \log(\cos x)$, ristretta all'intervallo $[0, \pi/3]$.

Esercizio 12
Data la curva $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t)$, $t \in [0, 3]$, calcolare la sua lunghezza. Riparametrizzare poi la curva mediante l'ascissa curvilinea.

Esercizio 13
Calcolare l'integrale curvilineo di seconda specie $\int_\gamma \big((x + y)\hat{\imath} + xy\hat{\jmath}\big) \cdot \tau$, dove γ è il segmento che congiunge $A(1, 0)$ e $B(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.

Esercizio 14
Determinare la retta tangente alla curva $\gamma(t) = (\cos^3(t), \sin^3(t))$, $t \in [0, 2\pi]$ nel punto $P = (\sqrt{2}/4, \sqrt{2}/4)$.

Esercizio 15
Calcolare il lavoro del campo $F(x, y) = \cos x\,\hat{\imath} - y\hat{\jmath}$ lungo la curva $y = \sin x$ per $x \in [0, \pi]$.

Esercizio 16
Determinare la retta tangente alla curva $\gamma(t) = (2\sin t, -3\cos t, 4t)$ nel punto corrispondente a $t = 0$.

Esercizio 17
Data la curva $\gamma(t) = (e^t, e^{-t}, \sqrt{2}\,t)$, $t \in \mathbb{R}$, determinare l'ascissa curvilinea $s(t)$ calcolata a partire dal punto corrispondente a $t = 0$. Riparametrizzare poi la curva mediante l'ascissa curvilinea.

Esercizio 18
Una molla a forma di elica, di equazione $\gamma(t) = (2\cos t, 2\sin t, 4t)$, $t \in [0, 2\pi]$ ha densità lineare di massa $\mu(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$. Calcolare la massa della molla e le coordinate del suo baricentro.