

ANALISI NUMERICA, 17/12/2013

1. Dato $x = (13.6)_{10}$, siano y la rappresentazione di x in base 2 arrotondata a 7 cifre e z la rappresentazione di y in base 10. Si calcolino l'errore assoluto e l'errore relativo commessi approssimando x con z .

2. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix},$$

si determini per quali valori del parametro reale a il metodo di Jacobi converge.

Posto $a = 2$ e $x_0 = (0, 0, 0)^T$, si supponga di applicare 20 iterazioni del metodo di Jacobi per approssimare la soluzione x del sistema lineare $Ax = b$. Si stimi l'errore relativo

$$\frac{\|x - x^{(20)}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}}.$$

3. Data la funzione $f(x) = x^4 - x$,

a) si calcoli il polinomio di grado due che interpola f nei nodi $\{0, 2, 3\}$ e si stimi l'errore commesso sull'intervallo $[0, 3]$ in norma infinito

b) si calcoli il polinomio di grado tre che interpola f nei nodi $\{0, 1, 2, 3\}$.

4. Data la formula di quadratura

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \alpha_0 f(-1) + \alpha_1 f'(0) + \alpha_2 f(1),$$

si determini per quali valori dei pesi $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ la formula ha grado di precisione massimo e si dica qual è il grado di precisione corrispondente.