

## Esercizi

1. Dato il sistema  $Ax = b$ ,  $b \in \mathbb{R}^3$  e

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R},$$

- a) si indichi per quali valori di  $a$  il metodo di Jacobi converge,  
b) si consideri la decomposizione  $A = P - N$ , con  $P$  matrice diagonale di elementi  $p_{ii} = \frac{a}{2}$ ,  $i = 1, 2, 3$  e il metodo iterativo

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + P^{-1}b.$$

Si ricavino le matrici  $P, N$  e  $B$  e si verifichi che il metodo non è convergente.

- c) posto  $a = 4$  e  $x^{(0)} = (0, 0, 0)^\top$  si stimi il numero minimo di iterazioni del metodo di Jacobi sufficienti perchè si abbia

$$\frac{\|x - x^{(k)}\|_2}{\|x\|_2} < 10^{-4},$$

2. Sia

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Si determini per quali valori di  $a$  il metodo di Gauss-Seidel converge.