

Esercizio

Si consideri il sistema lineare $Ax = b$ con $A \in \mathbb{R}^{n+1 \times n+1}$ definita come segue:

$$A = \left(\begin{array}{c|c} R & v \\ \hline u^T & 0 \end{array} \right),$$

con $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrice triangolare superiore non singolare e $u, v \in \mathbb{R}^n$.

1. Si dica se esiste la fattorizzazione LU di A e, in caso affermativo, la si calcoli.
2. Si dimostri che A è non singolare se e solo se $u^T R^{-1} v \neq 0$.
3. Si formuli un algoritmo economico per risolvere il sistema lineare e se ne calcoli la complessità computazionale.