

### Esercizio

Si consideri la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\gamma \geq 0$ , il sistema lineare  $Ax = b$  ed il sistema perturbato  $A(x + \delta x) = b + \delta b$ .

1. Sia  $b = (1, 0)^\top$ . Trovare una limitazione per la variazione relativa della soluzione  $\|\delta x\|_\infty / \|x\|_\infty$  in termini della variazione relativa dei dati  $\|\delta b\|_\infty / \|b\|_\infty$ . Il problema è ben condizionato rispetto alle perturbazioni  $\delta b$  per  $\gamma \rightarrow \infty$ ?
2. Ripetere l'analisi del punto precedente per  $b = (1, 1)^\top$ .
3. Calcolare  $K_\infty(A)$  e  $K_1(A)$ . Trovare una limitazione analoga a quella dei punti precedenti che valda per ogni  $b \in \mathbb{R}^2$ . Commentare quanto trovato.