

Esercizio

Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\gamma \geq 0$, il sistema lineare $Ax = b$ ed il sistema perturbato $A(x + \delta x) = b + \delta b$.

1. Sia $b = (1, 0)^\top$. Trovare una limitazione per la variazione relativa della soluzione $\|\delta x\|_\infty / \|x\|_\infty$ in termini della variazione relativa dei dati $\|\delta b\|_\infty / \|b\|_\infty$. Il problema è ben condizionato rispetto alle perturbazioni δb per $\gamma \rightarrow \infty$?
2. Ripetere l'analisi del punto precedente per $b = (1, 1)^\top$.
3. Calcolare $K_\infty(A)$ e $K_1(A)$. Trovare una limitazione analoga a quella dei punti precedenti che valda per ogni $b \in \mathbb{R}^2$. Commentare quanto trovato.