
Matematica (Biotecnologie) – 21/02/2014

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Tempo a disposizione: 2h:30

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

Esercizi 1-4 e 8: *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7: *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 9-11: *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-11. Totale.

1. Dire quali valori di $x \in \mathbb{R}$ soddisfano l'equazione

$$\log_{1/2}(x^3 - x + 1) = 0.$$

2. Sia $f(x) = \ln(1 + xe^{-x}) + x^2 + 1$. Allora il suo polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e grado 2 è dato da (scrivere il risultato nella forma $ax^2 + bx + c$)

3. Sia

$$I := \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\cos x + 5} dx.$$

Calcolare $\exp(I)$

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) - 25y(x) - 5 = 0 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 1)^2 - 4,$$

- a) precisare il dominio massimale e il segno;
- b) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza e estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

6. Una popolazione con legge di crescita esponenziale quadruplica il numero dei suoi individui in 10 anni. Se dopo 15 anni la popolazione consta di 10000 individui, da quanti individui era composta all'inizio?

7. Rappresentare in scala semilogy (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 10^{2x} \quad y = 3 \cdot 10^{-x}.$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala semilogy (in base 10) è la retta $z = -5w + 2$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. Il contratto A prevede un aumento di stipendio di 200 euro ogni anno. Il contratto B prevede un aumento del 10% ogni anno. Sapendo che per entrambi i contratti lo stipendio iniziale è di 1200 euro, detta D la differenza tra i due stipendi dopo 4 anni, calcolare $|D|$ ($|\cdot|$ è il valore assoluto).

9. Detto $p_2(x)$ il polinomio di Taylor di grado 2 di

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \sin(x) + \ln(1 + 2x^2)$$

intorno al punto $x_0 = 0$, si ha

- a $p_2(1) = 2$ b $\int_0^1 p_2(x)dx = \frac{4}{3}$
 c $p_2(2) = 1$ d $\int_0^1 p_2(x)dx = 0$

10. Il sistema lineare $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - 2y + z = 1 \\ -x - y - z = 1 \end{cases}$ ha

- a una e una sola soluzione data da $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
 b infinite soluzioni c nessuna soluzione
 d una e una sola soluzione data da $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1)$.

11. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- a f limitata in $[0, 1] \Rightarrow f$ continua in $[0, 1]$
 b f continua in $[0, 1] \Rightarrow f$ integrabile in $(0, 1)$
 c f continua in $(0, 1) \Rightarrow f$ integrabile in $[0, 1]$
 d f integrabile in $[0, 1] \Rightarrow f$ continua in $[0, 1]$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11.

Tot.