
Matematica (Biotecnologie) – 3/02/2014

Cognome e nome: _____

Numero di matricola: _____

Firma: _____

Tempo a disposizione: *2h:30*

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

Esercizi 1-4 e 8: *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Esercizi 5-7: *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

Esercizi 9-11: *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4. 5-7. 8-11. Totale.

1. Dire quali valori di $x \in \mathbb{R}$ soddisfano la disequazione

$$\log_{1/2}(x^2 - 5x + 7) < 0.$$

2. Sia $f(x) = \ln(1 + x^3)$. Calcolare $(f^{-1})'(\ln(9))$

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{3x}{2x^2 + 5} dx.$$

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - 10y'(x) + 25y(x) = 0 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2. \end{cases}$$

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1. 2. 3. 4.

Tot.

5. Data la funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 1) + 2,$$

- a) precisare il dominio massimale e il segno;
- b) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza e estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

6. Una popolazione ha legge di crescita esponenziale. Sapendo che il numero di individui triplica in 10 anni, calcolare in quanti anni la popolazione aumenta del 15% di una quantità iniziale.

7. Rappresentare in scala loglog (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 6x^2 \quad y = \frac{3}{x^6}.$$

Dire inoltre qual è la funzione $y = f(x)$ il cui grafico in scala loglog (in base 10) è la retta $z = -5w + 2$.

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5. 6. 7.

Tot.

8. Un paio di sci costa, a prezzo pieno, 900 euro. Sapendo che questi sci scontati costano 720 euro, calcolare la percentuale di sconto.

9. Dato un numero complesso $z = a + ib$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

a $z\bar{z} = a^2 - b^2$

b Se $a = 0$ e $b \neq 0$ allora $\frac{z}{\bar{z}}$ è un numero reale

c z^2 è un numero reale

d $z - \bar{z}$ è un numero puramente immaginario (cioè la sua parte reale è nulla).

10. Sia $f(x) = e^{2x^2} \sin(3x)$, allora la retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa 0

a è verticale

b è orizzontale

c ha pendenza 3

d passa per il punto (1, 2).

11. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x) = x^2|x|$. Allora

a f non è derivabile in $x = 0$

b f ha minimo in $x = 0$

c $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

d f è invertibile in \mathbb{R} .

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8. 9. 10. 11.

Tot.
