

---

Matematica (Biotecnologie) – 3/09/2015

---

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

---

Tempo a disposizione: 2h:30

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

---

**Esercizi 1-4 e 8:** *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

**Esercizi 5-7:** *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

**Esercizi 9-11:** *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

---

---

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4.  5-7.  8-11.  Totale.

---

---

1. Calcolare  $z_1 - z_2$ , dove  $z_1$  e  $z_2$  sono le due radici (complesse) dell'equazione

$$2z^2 + 2z + 5 = 0 .$$

---

2. Determinare i valori di  $x$  che soddisfano l'equazione

$$27^x = 3^{2x+3} .$$

---

3. Calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 di

$$f(x) = x + \ln(2x - 7)$$

intorno al punto  $x_0 = 4$  (dare il risultato nella forma  $ax^2 + bx + c$ ).

---

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = 3y(x) - 12 \\ y(2) = 3. \end{cases}$$

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1.  2.  3.  4.

Tot.

---

---

5. Data la funzione

$$f(x) = x^2 \ln x; ,$$

- a) precisare il dominio massimale e discutere il segno;
- b) dire se è pari o dispari e calcolare i limiti agli estremi del dominio (può essere utile ricordare che  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ );
- c) studiare crescita, decrescenza ed estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

---

6. Un reperto contiene una sostanza radioattiva con decadimento esponenziale e tempo di dimezzamento di 1600 anni. Calcolare quanto tempo impiega la sostanza a ridursi al 94% della quantità iniziale.

---

7. Rappresentare in scala semilogy (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 10^{5x} \quad y = 100 \cdot 10^{5x}.$$

Dire inoltre qual è la funzione  $y = f(x)$  il cui grafico in scala semilogy (in base 10) è la retta  $z = -2x + 3$ .

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5.  6.  7.

Tot.

---

---

8. Per titolo alcolometrico (TA) si intende la percentuale di alcol in un volume di prodotto considerato. Sapendo che il TA del whisky è 40/100, calcolare il TA di un cocktail composto da 2/3 di Coca Cola e da 1/3 di whisky.

---

9. Sia  $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Allora

- a  $f$  è limitata in  $(0, 1)$   
 b  $f$  è integrabile in  $[\frac{1}{10}, \frac{9}{10}]$   
 c  $f$  ha massimo e minimo in  $(0, 1)$   
 d  $f$  è derivabile in  $(0, 1)$ .

---

10. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{1-x}{1-x^2} dx$$

- a converge       b diverge  
 c vale 1       d vale  $\ln 2$ .

---

11. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- a  $\log(a+b) = \log a \cdot \log b$   
 b  $\log a^b = (\log a)^b$   
 c  $\log(a-b) = \log a - \log b$   
 d  $\log a^{-1} = -\log a$ .

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8.  9.  10.  11.

Tot.

---