

ZQQ77INlapp1F018A85K18MQ1as8ff18str1562337JJ	23 giugno 2022
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k :

$$A = \begin{pmatrix} k-2 & k & 2k-1 & 2k-1 \\ -k & k & k & 1 \\ 2-k & -k & 1-2k & -2k \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- Determinare il rango di A al variare di k :
- Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
- Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 3:
- Sia $k = -1$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

2. (8 pt) Fissato un sistema di riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo, si considerino i punti A di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e B di coordinate $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- Si determini l'equazione cartesiana della retta r passante per A e B .
- Si determini l'equazione cartesiana della retta r' parallela ad r e passante per il punto C di coordinate $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- Si determini l'equazione cartesiana del piano π contenente r e r' .
- Si calcoli la distanza dell'origine da π .

3. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & -3 \\ 5 & -2 & -3 \\ 5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
 - (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
 - (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
 - (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .
-

ZQQ77INlapp1F018A85K18MQ1as8ff18str2562337JJ	23 giugno 2022
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k :

$$A = \begin{pmatrix} k-3 & k & 2k-1 & 2k-1 \\ -k & k & k & 1 \\ 2-k & -k & 1-2k & 1-2k \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- Determinare il rango di A al variare di k :
- Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
- Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 2:
- Sia $k = -1$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

2. (8pt) Fissato un sistema di riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo, si considerino i punti A di coordinate $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ e B di coordinate $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- Si determini l'equazione cartesiana della retta r passante per A e B .
- Si determini l'equazione cartesiana della retta r' parallela ad r e passante per il punto C di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
- Si determini l'equazione cartesiana del piano π contenente r e r' .
- Si calcoli la distanza dell'origine da π .

3. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 5 \\ 2 & -3 & -5 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

ZQQ77INlapp1F018A85K18MQ1as8ff18str3562337JJ	23 giugno 2022
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k :

$$A = \begin{pmatrix} k-1 & k-3 & 2k-3 & 2k-3 \\ k-1 & 1-k & k-1 & 1 \\ 1-k & 3-k & 3-2k & 2-2k \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di k :
- (b) Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 1:
- (d) Sia $k = -1$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

2. (8 pt) Fissato un sistema di riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo, si considerino i punti A di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ e B di coordinate $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Si determini l'equazione cartesiana della retta r passante per A e B .
- (b) Si determini l'equazione cartesiana della retta r' parallela ad r e passante per il punto C di coordinate $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- (c) Si determini l'equazione cartesiana del piano π contenente r e r' .
- (d) Si calcoli la distanza dell'origine da π .

3. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -2 & 4 & 6 \\ -2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
 - (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
 - (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
 - (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .
-

ZQQ77INlapp1F018A85K18MQ1as8ff18str4562337JJ	23 giugno 2022
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k :

$$A = \begin{pmatrix} -k & 3-k & 5-2k & 5-2k \\ k-3 & 3-k & 3-k & 1 \\ k-1 & k-3 & 2k-5 & 2k-5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- Determinare il rango di A al variare di k :
- Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
- Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 1:
- Sia $k = 0$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

2. (8pt) Fissato un sistema di riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo, si considerino i punti A di coordinate $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e B di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- Si determini l'equazione cartesiana della retta r passante per A e B .
- Si determini l'equazione cartesiana della retta r' parallela ad r e passante per il punto C di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- Si determini l'equazione cartesiana del piano π contenente r e r' .
- Si calcoli la distanza dell'origine da π .

3. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -4 & 6 & -3 \\ -4 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .