

---

# Tutorato di Analisi Matematica 2

Foglio 1 – 15/03/2024

---

**Esercizio 1.** Verificare che il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + p(t)y = 2t, \\ y(2) = 1/2, \end{cases} \quad \text{dove} \quad p(t) = \begin{cases} t & \text{se } t \leq 1, \\ 1/t & \text{se } t > 1, \end{cases}$$

ha una ed una sola soluzione su  $\mathbb{R}$  e calcolarla.

**Esercizio 2.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} ty' - 4y = t^{4/3}, \\ y(1) = a, \end{cases}$$

determinarne la soluzione  $y_a$  su  $(0, +\infty)$ , al variare di  $a \in \mathbb{R}$ . Stabilire, inoltre, se  $y_a$  è prolungabile a tutto l'asse reale e, in caso affermativo, se tale prolungamento è unico.

**Esercizio 3.** Determinare la soluzione locale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2(1-t)e^{-t}, \\ y(0) = a, \end{cases}$$

e stabilire per quali valori del parametro reale  $a$  essa può essere prolungata a tutto l'asse reale.

**Esercizio 4.** Determinare la soluzione locale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2 - 4, \\ y(t_0) = y_0, \end{cases}$$

e rappresentarla graficamente nel piano, al variare di  $t_0, y_0 \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 5.** Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 9y = 4e^t + 9t, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

**Esercizio 6.** Data l'equazione differenziale

$$y'' - ay' + 4y = 0 \quad \text{con } a \in \mathbb{R},$$

scriverne tutte le soluzioni al variare del parametro reale  $a$ . Determinare poi per quali valori del parametro tutte le soluzioni risultano limitate su  $[0, +\infty)$ .

**Esercizio 7.** Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' + y' - 6y = 1 - e^{-3t}$$

che si annullano nell'origine e hanno limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ .