

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche

24 NOVEMBRE 2004

!! Tempo a disposizione 3 ore.

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$y(x) = \sqrt{x^2 - 1} - x ,$$

discutendone campo d'esistenza, segno, limiti, eventuali asintoti, monotonia, massimi, minimi, concavità, convessità e flessi. Se ne tracci poi il grafico qualitativo.

◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^{x/2} - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + 2x^3}{-3x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+x)}{x+2}$$

◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻

Esercizio 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -2x \cdot e^y, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻

Esercizio 4. Studiare, al variare del parametro α in \mathbb{R} , il carattere della serie seguente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{2n^\alpha + \log n^3}.$$
