

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche

13 GIUGNO 2005

!! Tempo a disposizione 2h e 30'.

Esercizio 1 (12 punti). Studiare la funzione

$$y(x) = \sin\left(\frac{3\pi}{4(1+x^2)}\right)$$

discutendone campo d'esistenza, segno, limiti, eventuali asintoti, monotonia, massimi, minimi. Se ne tracci poi il grafico qualitativo. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 2 (9 punti). Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \arctan\left(\frac{-2}{x} - \log x\right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2+2x} \cos\left(\frac{e^{2x}}{x^2+x^{-2}}\right),$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^6 + \sin x^3}{e^{2x^3} - 1}.$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 3 (8 punti). Calcolare il campo di esistenza A e lo spazio immagine $f(A)$ delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \log(e^x - e^2), \quad f(x) = \frac{1}{|x^2 - 4|} + \sqrt{x}.$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 4 (9 punti). Determinare il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n^2}{1 - n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)^{(n+1)}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{4^n}.$$