

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Esercizi sui limiti di funzioni

1) Calcolare i seguenti limiti di funzioni continue

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2}}{x^2 + 3x + 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{\log_2(x + 1/2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x)(x^2 + 1)}{x^2 + 2},$$
$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x^2(\sin(x - 1) + 2 \cos(x^2 - 1)), \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{\frac{x^2-2}{2x^2-3}}}{e^{\frac{x+2}{3-2x^2}}}.$$

2) Calcolare i seguenti limiti dei tipi L/∞ , $L/0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{22}{xe^x}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{x^{10}}{\tan x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3}{(x - 2)^2},$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^{1/x^2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log x}{\sin(x^3)}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{x}{\tan x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan x}{e^{x^2+3}},$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x - 3|}{x^2 + x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\cos x)}{\sin(\sin x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x + 1)}{\arctan x + 2}.$$

3) Calcolare i seguenti limiti utilizzando le formule sul limite della funzione composta:

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} e^{-\tan x}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \exp(1/\sin x), \quad \lim_{x \rightarrow 2} \exp(1/(x - 2)^5), \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \log(-\log(x + 1)),$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x)}{e^{1/x^2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \exp(-\log(x^2)), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin e^x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan(e^{x^2}).$$

4) Calcolare i seguenti limiti (forme indeterminate):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{\exp(2x^2 - 3)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(\log x)}{x - 10}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{3x^3 + 3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 15}{5x^2},$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1/x^2 + 1/x}{1/x^3 + 1/x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\exp(1/x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 4x + 2}{x^4 + 4x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan\left(\frac{x \log^2 x}{e^x}\right),$$

(gli esercizi che seguono sono più difficili)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2} + 5x + 4}{e^{x+1} - x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{x - \pi/2}{\tan x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log^2 x + \log x}{2 \log^3 x + \log^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x + 1)}{\log x},$$

(qui è richiesta la conoscenza di alcuni limiti fondamentali)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(3x^2 + 1)}{2x \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3}{1 - \cos^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sin(x - 2)}.$$