

Cognome e Nome

Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Appello del 20/06/2013

Esercizio 1. Dato $\underline{x}^{(0)} = (2, -1)^T$, si applichi il metodo di Newton al sistema

$$\begin{cases} e^{(xy+2)} - \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right) + 4x = 0 \\ x^2 - y^2 - 1 = 0. \end{cases}$$

Per la prima iterata $\underline{x}^{(1)} = (x_1, y_1)^T$ si ha $x_1 = \boxed{}$, $y_1 = \boxed{}$

Esercizio 2. Dato il parametro reale α , si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 4 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

Il metodo di fattorizzazione di Cholesky per i sistemi lineari di matrice A è applicabile se e solo se $\alpha \boxed{}$.

Esercizio 3. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \frac{a}{3}f(-c) + bf\left(\frac{c}{3}\right)$$

Determinare a, b e $c > 0$ in modo che la formula sia almeno di ordine 2.

$$2a = \boxed{}, \quad 2b = \boxed{}, \quad c = \boxed{}$$

Esercizio 4. Si consideri il seguente sistema differenziale

$$\begin{cases} x'(t) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}x(t)\right) + 2y(t) - t^2 & x(0) = -1 \\ y'(t) = -2x(t) + y(t)^2 - e^t & y(0) = 1/2. \end{cases}$$

Applicare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1/3$. Si ottiene $x_1 = \boxed{}$ e $12y_1 = \boxed{}$

Esercizio 5. Sia

$$E = \int_{-1}^2 \left[x^2 + \frac{\cos(\pi x) - 2}{x^2 + 1} \right] dx$$

e sia A il valore approssimato di E ottenuto usando la formula dei trapezi

negli intervalli $[-1, 0]$ e $[0, 2]$. Allora $20A$ vale

Esercizio 6. Si consideri il problema di Cauchy

$$y'(t) - t^2 y(t) - \cos(\pi t) = 0 \quad ; \quad y(1/2) = 4$$

(a) Applicare un passo del metodo di Heun con passo $h = 1/2$. Sia u_1 il

valore approssimato di $y(1)$: si ha $8u_1 =$

(b) Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1/2$.

Il valore approssimato di $y(1)$ vale $u_1 =$

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. La prova si intende superata se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16** (di cui almeno 6 in esercizi di Calcolo Numerico).

(2) Durata della prova complessiva: **2 ore e trenta minuti**.
