Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Prova del 20/1/2012

Esercizio 1. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ \alpha & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

con α parametro reale.

(a) Per quali valori di α la matrice ammette la fattorizzazione LU? $\boxed{}$.

(b) Posto $\alpha = 1$, determinare la fattorizzazione LL^T. Si ottiene:
$4 \cdot l_{22}^2 = \boxed{}$.

Esercizio 2. Applicare un passo del metodo di Newton per risolvere l'equazione

$$(x^3 - 2x^2 + 1)e^{-x} = 0 \qquad\qquad x \in [-1, 0]$$

Se x_0 è l'estremo di Fourier, allora $9x_1$ vale $\boxed{}$.

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}\ \cos(\pi x).$$

Sia $r(x) = a + bx$ la retta di regressione per f rispetto ai nodi $\{-2, -1, 0, 1\}$.
Allora $25a$ vale $\boxed{}$ e $25b$ vale $\boxed{}$

Esercizio 4. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y'(t) = \sin(\pi t) + y^3(t)\cos\left(\frac{\pi}{2}\ y(t)\right)\ ; \qquad\qquad y(0) = 2$$

Effettuare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1$: il valore approssimato di $y(h)$ vale $\boxed{}$.

Esercizio 5. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-2}^{1} f(x)\,dx \approx \frac{\omega_1}{2} f\left(-\frac{1}{2}\right) + \omega_2 f(0) + \omega_3 f(1/2)$$

Determinare ω_1, ω_2 e ω_3 in modo che la formula abbia ordine di precisione almeno 2.

$\omega_1 =$ $\boxed{}$, $\omega_2 =$ $\boxed{}$, $2\omega_3 =$ $\boxed{}$

Esercizio 6. Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} x'(t) = t^3 \cdot y(t) - 2x(t) & \qquad x(0) = -1 \\[2ex] y'(t) = \dfrac{x(t)}{t^2+1} + 3y(t) & \qquad y(0) = 1. \end{cases}$$

Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1$: siano $u_1 \approx x(1)$ e $v_1 \approx y(1)$.

Si ottiene $13u_1 =$ $\boxed{}$ e $13v_1 =$ $\boxed{}$

---

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. Si può sostenere la seconda prova se il punteggio ottenuto nella prima è **maggiore o uguale a 8**.

(2) Durata della prova: **1 ora e trenta minuti**.

Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Prova del 20/1/2012

Esercizio 1. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 \\ \alpha & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

con α parametro reale.

(a) Per quali valori di α la matrice ammette la fattorizzazione LU? $\boxed{}$

(b) Posto $\alpha = 1$, determinare la fattorizzazione LL^T. Si ottiene:

$8 \cdot l_{22}^2 =$ $\boxed{}$

Esercizio 2. Applicare un passo del metodo di Newton per risolvere l'equazione

$$(x^3 - 3x^2 + 1)e^{-x} = 0 \qquad\qquad x \in [-1, 0]$$

Se x_0 è l'estremo di Fourier, allora $4x_1$ vale $\boxed{}$.

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{4x}{x^2+1}\ cos(\pi x).$$

Sia $r(x) = a+bx$ la retta di regressione per f rispetto ai nodi $\{-2, -1, 0, 1\}$.

Allora $25a$ vale $\boxed{}$ e $25b$ vale $\boxed{}$

Esercizio 4. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y'(t) = \sin(\pi t) + y^3(t)\cos(\frac{\pi}{2}\ y(t))\ ; \qquad\qquad y(0) = 2$$

Effettuare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1/2$: il valore approssimato di $y(h)$ vale $\boxed{}$.

Esercizio 5. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-2}^{1} f(x)\,dx \approx \frac{\omega_1}{2} f\left(-\frac{1}{2}\right) + \omega_2 f(0) + \omega_3 f(1/4)$$

Determinare ω_1, ω_2 e ω_3 in modo che la formula abbia ordine di precisione almeno 2.

$\omega_1 =$ ☐ , $\omega_2 =$ ☐ , $\omega_3 =$ ☐

Esercizio 6. Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} x'(t) = t^3 \cdot y(t) + 3x(t) & \qquad x(0) = -1 \\[2ex] y'(t) = \dfrac{x(t)}{t^2+1} - 2y(t) & \qquad y(0) = 1. \end{cases}$$

Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1$: siano $u_1 \approx x(1)$ e $v_1 \approx y(1)$.

Si ottiene $13u_1 =$ ☐ e $13v_1 =$ ☐

---

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. Si può sostenere la seconda prova se il punteggio ottenuto nella prima è **maggiore o uguale a 8**.

(2) Durata della prova: **1 ora e trenta minuti**.

Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Prova del 20/1/2012

Esercizio 1. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 0 \\ \alpha & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

con α parametro reale.

(a) Per quali valori di α la matrice ammette la fattorizzazione LU? $\boxed{}$.

(b) Posto $\alpha = 1$, determinare la fattorizzazione LL^T. Si ottiene:

$12 \cdot l_{22}^2 =$ $\boxed{}$

Esercizio 2. Applicare un passo del metodo di Newton per risolvere l'equazione

$$(x^3 - 4x^2 + 1)e^{-x} = 0 \qquad\qquad x \in [-1, 0]$$

Se x_0 è l'estremo di Fourier, allora $15x_1$ vale $\boxed{}$.

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{6x}{x^2 + 1}\ cos(\pi x).$$

Sia $r(x) = a + bx$ la retta di regressione per f rispetto ai nodi $\{-2, -1, 0, 1\}$.

Allora $25a$ vale $\boxed{}$ e $25b$ vale $\boxed{}$

Esercizio 4. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y'(t) = \sin(\pi t) + y^3(t)\cos\left(\frac{\pi}{2}\ y(t)\right) \ ; \qquad\qquad y(0) = 4$$

Effettuare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1$: il valore approssimato di $y(h)$ vale $\boxed{}$.

Esercizio 5. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-2}^{1} f(x)\,dx \approx \frac{\omega_1}{2} f\left(-\frac{1}{2}\right) + \omega_2 f(0) + \omega_3 f(1/2)$$

Determinare ω_1, ω_2 e ω_3 in modo che la formula abbia ordine di precisione almeno 2.

$2\omega_1 =$ $\boxed{}$, $2\omega_2 =$ $\boxed{}$, $2\omega_3 =$ $\boxed{}$

Esercizio 6. Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} x'(t) = t^3 \cdot y(t) - 2x(t) & \qquad x(0) = 1 \\ y'(t) = \dfrac{x(t)}{t^2+1} + 3y(t) & \qquad y(0) = -1. \end{cases}$$

Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1$: siano $u_1 \approx x(1)$ e $v_1 \approx y(1)$.

Si ottiene $13u_1 =$ $\boxed{}$ e $13v_1 =$ $\boxed{}$

---

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. Si può sostenere la seconda prova se il punteggio ottenuto nella prima è **maggiore o uguale a 8**.

(2) Durata della prova: **1 ora e trenta minuti**.

Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Prova del 20/1/2012

Esercizio 1. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 1 & 0 \\ \alpha & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

con α parametro reale.

(a) Per quali valori di α la matrice ammette la fattorizzazione LU?

(b) Posto $\alpha = 1$, determinare la fattorizzazione LL^T. Si ottiene:

$16 \cdot l_{22}^2 =$

Esercizio 2. Applicare un passo del metodo di Newton per risolvere l'equazione

$$(x^3 - 6x^2 + 1)e^{-x} = 0 \qquad\qquad x \in [-1, 0]$$

Se x_0 è l'estremo di Fourier, allora $7x_1$ vale

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{8x}{x^2 + 1}\ cos(\pi x).$$

Sia $r(x) = a + bx$ la retta di regressione per f rispetto ai nodi $\{-2, -1, 0, 1\}$.

Allora $25a$ vale e $25b$ vale

Esercizio 4. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y'(t) = \sin(\pi t) + y^3(t)\cos(\frac{\pi}{2}\ y(t)) \ ; \qquad\qquad y(0) = 4$$

Effettuare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1/2$: il valore approssimato di $y(h)$ vale .

Esercizio 5. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-2}^{1} f(x)\,dx \approx \frac{\omega_1}{2} f\left(-\frac{1}{2}\right) + \omega_2 f(0) + \omega_3 f(1/4)$$

Determinare ω_1, ω_2 e ω_3 in modo che la formula abbia ordine di precisione almeno 2.

$2\omega_1 =$ $\boxed{}$, $2\omega_2 =$ $\boxed{}$, $2\omega_3 =$ $\boxed{}$

Esercizio 6. Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} x'(t) = t^3 \cdot y(t) + 3x(t) & x(0) = 1 \\ y'(t) = \dfrac{x(t)}{t^2+1} - 2y(t) & y(0) = -1. \end{cases}$$

(a) Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1$: siano $u_1 \approx x(1)$ e $v_1 \approx y(1)$.

Si ottiene $13u_1 =$ $\boxed{}$ e $13v_1 =$ $\boxed{}$

---

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. Si può sostenere la seconda prova se il punteggio ottenuto nella prima è **maggiore o uguale a 8**.

(2) Durata della prova: **1 ora e trenta minuti**.
