

Cognome e Nome

Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Appello del 21/01/2015

Esercizio 1. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Si calcoli la fattorizzazione di Gauss $A = LU$: l'elemento u_{33} è dato da

Esercizio 2. Si considerino i nodi $x_0 = -2, x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2$.

(a) Si scrivano i tre elementi della base di Lagrange associati ai **primi tre nodi**

(b) Dati i valori $y_0 = 2, y_1 = 1, y_2 = 0, y_3 = 2$ si calcoli la retta di regressione relativa alle coppie $(x_i, y_i), i = 0, \dots, 3$:

Esercizio 3. (3 punti) Data la funzione di iterazione $\phi(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$ e il valore $x_0 = \sqrt{2}$, calcolare x_1 e scrivere a quale valore converge l'iterazione di punto fisso $x_{n+1} = \phi(x_n)$

Esercizio 4. Dato l'integrale $\int_0^2 (x^2 + 2)dx$ lo si approssimi con il metodo dei trapezi composito sugli intervalli $[0, 1], [1, 2]$.

Il valore così ottenuto è dato da:

Esercizio 5. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y'(t) = 8ty(t) - \sqrt{y(t)}, \quad y(0) = 1$$

Si applichi un passo del metodo di Crank Nicolson con $h = 1/2$ e si calcoli

il valore approssimato di $y(1/2)$

Esercizio 6. (3 punti) Commentare il codice Matlab riportato di seguito:

```
function out=gestisci_matrice(n)
```

1. `A=zeros(n) ;`
2. `out=0 ;`
3. `for i=1:n`
4. `A(i,1)=i-2;`
5. `end`
6. `for j=2:n`
7. `A(1,j) = j^2 ;`
8. `for i=2:n`
9. `A(i,j) = A(1,j) * A(1, j - 1);`
10. `end`
11. `end`
12. `v=A(n,:) ;`
13. `for i=1:n`
14. `if v(i) > 0`
15. `out=out+v(i) ;`
16. `end`
17. `end`

Se l'input alla *function gestisci_matrice* è pari a 3, quanto vale l'output?

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. La prova si intende superata se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16** (di cui almeno 6 ottenuto da esercizi di Calcolo Numerico).

(2) Durata della prova: **2 ore e trenta minuti**.

Cognome e Nome

Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Appello del 21/1/2015

Esercizio 1. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Si calcoli la fattorizzazione di Gauss $A = LU$: l'elemento u_{33} è dato da

Esercizio 2. Si considerino i nodi $x_0 = -2, x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2$.

(a) Si scrivano i tre elementi della base di Lagrange associati **agli ultimi tre nodi**

(b) Dati i valori $y_0 = -3, y_1 = 1, y_2 = 0, y_3 = 2$ si calcoli la retta di regressione relativa alle coppie $(x_i, y_i), i = 0, \dots, 3$:

Esercizio 3. (3 punti) Data la funzione di iterazione $\phi(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$ e il valore $x_0 = \sqrt{3}$, calcolare x_1 e scrivere a quale valore converge l'iterazione di punto fisso $x_{n+1} = \phi(x_n)$

Esercizio 4. Dato l'integrale $\int_0^3 (x^2 + 2)dx$ lo si approssimi con il metodo dei trapezi composito sugli intervalli $[0, 1], [1, 3]$.

Il valore così ottenuto è dato da:

Esercizio 5. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y'(t) = 2ty(t) - \sqrt{y(t)}, \quad y(0) = 1$$

Si applichi un passo del metodo di Crank Nicolson con $h = 1$ e si calcoli il

valore approssimato di $y(1)$

Esercizio 6. (3 punti) Commentare il codice Matlab riportato di seguito:

```
function out=gestisci_matrice(n)
```

1. `A=zeros(n) ;`
2. `out=0 ;`
3. `for i=1:n`
4. `A(i,1)=i-2;`
5. `end`
6. `for j=2:n`
7. `A(1,j) = j^2 ;`
8. `for i=2:n`
9. `A(i,j) = A(1,j) * A(1,j - 1);`
10. `end`
11. `end`
12. `v=A(n,:) ;`
13. `for i=1:n`
14. `if v(i) > 0`
15. `out=out+v(i) ;`
16. `end`
17. `end`

Se l'input alla *function gestisci_matrice* è pari a 4, quanto vale l'output?

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. La prova si intende superata se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16** (di cui **almeno 6** ottenuto da esercizi di Calcolo Numerico).

(2) Durata della prova: **2 ore e trenta minuti**.
