

Cognome e Nome

Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Appello del 9/7/2014

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$y'(t) = e^{t^2} + t y(t), \quad y(0) = 1.$$

Si applichi un passo del metodo dei trapezi con $h = 1$ e si determini il valore approssimato di $y(1)$ dato da $y_1 =$

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - 4x}{\sin(\pi x) + 2},$$

si considerino i nodi $x_0 = -1$, $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 0$.

(a) Si calcoli la retta che meglio approssima $f(x)$ nel senso dei minimi quadrati relativamente ai nodi dati

(b)(da 3 punti) Si scrivano i tre elementi della base di Lagrange associati ai tre nodi

Esercizio 3. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 3 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

con α parametro reale. Per quali valori di α il metodo di Gauss Seidel converge?

Esercizio 4. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-2}^2 f(x) dx \approx \frac{a}{2}f(-c) + bf\left(\frac{c}{2}\right)$$

Determinare $a, b \in \mathfrak{R}$ e $c > 0$ in modo che la formula abbia grado di precisione almeno 2. $a = \boxed{}$, $b = \boxed{}$, $c = \boxed{}$

Esercizio 5. Considerata la funzione definita nell'esercizio 2 sull'intervallo $[-1, 1]$, dopo aver effettuato due passi del metodo di bisezione gli estremi dell'intervallo sono

dati da $\boxed{}$

Esercizio 6. (da 3 punti) Commentare il codice Matlab riportato di seguito:

1. `flag=input('Ho studiato? (1=si, 0=no) ');`
2. `if flag==1`
3. `x=[-1 0 0];`
4. `y=[0 10 -10];`
5. `x1=[0 1];`
6. `y1=[10 0];`
7. `color='g';`
8. `elseif flag==0`
9. `x=[-1 0 0];`
10. `y=[0 -10 10];`
11. `x1=[0 1];`
12. `y1=[-10 0];`
13. `color='r';`
14. `else`
15. `error('Sono indeciso')`
16. `end`
17. `figure(1)`
18. `clf`
19. `hold on;`
20. `plot(x,y,color)`
21. `plot(x1,y1,color)`

Fare uno schizzo di quanto riportato nel grafico specificando a quale valore del *flag* si riferisce.

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti (salvo ove diversamente specificato). Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. La prova si intende superata, se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16**.

(2) Durata della prova: **2 ore o 30 minuti**

Cognome e Nome

Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Appello del 9/7/2014

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$y'(t) = e^{t^2} + t y(t), \quad y(0) = -1.$$

Si applichi un passo del metodo dei trapezi con $h = 1$ e si determini il valore approssimato di $y(1)$ dato da $y_1 =$

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 + 4x}{\sin(\pi x) + 2},$$

si considerino i nodi $x_0 = -1$, $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 0$.

(a) Si calcoli la retta che meglio approssima $f(x)$ nel senso dei minimi quadrati relativamente ai nodi dati.

(b)(da 3 punti) Si scrivano i tre elementi della base di Lagrange associati ai tre nodi

Esercizio 3. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 3 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

con α parametro reale. Per quali valori di α il metodo di Gauss Seidel converge?

Esercizio 4. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-2}^2 f(x) dx \approx \frac{a}{3}f(-c) + bf\left(\frac{c}{3}\right)$$

Determinare $a, b \in \mathfrak{R}$ e $c > 0$ in modo che la formula abbia grado di precisione

almeno 2. $a = \boxed{}$, $b = \boxed{}$, $c = \boxed{}$

Esercizio 5. Considerata la funzione definita nell'esercizio 2 sull'intervallo $[-1, 1]$, dopo aver effettuato due passi del metodo di bisezione gli estremi dell'intervallo sono

dati da

Esercizio 6. (da 3 punti) Commentare il codice Matlab riportato di seguito:

1. `flag=input('Ho studiato? (1=si, 0=no) ');`
2. `if flag==1`
3. `x=[-1 0 0];`
4. `y=[0 10 -10];`
5. `x1=[0 1];`
6. `y1=[10 0];`
7. `color='g';`
8. `elseif flag==0`
9. `x=[-1 0 0];`
10. `y=[0 -10 10];`
11. `x1=[0 1];`
12. `y1=[-10 0];`
13. `color='r';`
14. `else`
15. `error('Sono indeciso')`
16. `end`
17. `figure(1)`
18. `clf`
19. `hold on;`
20. `plot(x,y,color)`
21. `plot(x1,y1,color)`

Fare uno schizzo di quanto riportato nel grafico specificando a quale valore del *flag* si riferisce.

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti (salvo ove diversamente specificato). Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. La prova si intende superata, se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16**.

(2) Durata della prova: **2 ore e 30 minuti**.