

Cognome e Nome

Firma

CALCOLO NUMERICO e PROGRAMMAZIONE

Appello del 6/9/2013

Esercizio 1. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-2}^1 f(x) dx \approx \omega_1 f(-1) + \omega_2 f\left(\frac{1}{2}\right) + \omega_3 f'\left(\frac{1}{4}\right)$$

Determinare ω_1, ω_2 e ω_3 in modo che la formula abbia ordine di precisione almeno 2.

$$4\omega_1 = \boxed{}, \quad 4\omega_2 = \boxed{}, \quad 8\omega_3 = \boxed{}$$

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} x'(t) = t^3 \cdot y(t) - 2x(t) & x(0) = -1 \\ y'(t) = \frac{x(t)}{t^2 + 1} + 3y(t) & y(0) = 1. \end{cases}$$

(a) Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1$: siano $u_1 \approx x(1)$ e $v_1 \approx y(1)$.

$$\text{Si ottiene } 13u_1 = \boxed{} \text{ e } 13v_1 = \boxed{}$$

(b) Applicare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1$: siano $u_1 \approx x(1)$ e $v_1 \approx y(1)$. Si ottiene $u_1 = \boxed{}$ e $v_1 = \boxed{}$

Esercizio 3. Sia

$$E = \int_{-1}^2 \frac{4(x^3 + 1)}{\cos(\pi x) + 5} dx$$

e sia A il valore approssimato di E ottenuto usando la formula dei trapezi

negli intervalli $[-1, 0]$ e $[0, 2]$. Allora A vale

$$\boxed{}.$$

Esercizio 4. Dato $\underline{x}^{(0)} = (0, -1)^T$, si applichi il metodo di Newton al sistema

$$\begin{cases} 3x^3 + \log|y| = 1 \\ \cos \pi y + 2x - y^2 = 6. \end{cases}$$

Per la prima iterata $\underline{x}^{(1)} = (x_1, y_1)^T$ si ha $x_1 = \boxed{}$, $y_1 = \boxed{}$

Esercizio 5. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ \alpha & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

con α parametro reale.

(a) Per quali valori di α la matrice ammette la fattorizzazione LU ? $\boxed{}$

(b) Posto $\alpha = 1$, determinare la fattorizzazione LL^T . Si ottiene:

$$4 \cdot l_{22}^2 = \boxed{}.$$

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. La prova si intende superata se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16** (di cui almeno 6 ottenuto da esercizi di Calcolo Numerico).

(2) Durata della prova: **2 ore e trenta minuti**.
