Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO: Appello del 22/02/2006

Esercizio 1. Applicare un passo del metodo di Newton per risolvere l'equazione

$$x^3 + \operatorname{arctg}(x-1) = 0 \qquad x \in [0,1] \; .$$

Se x_0 è l'estremo di Fourier, allora x_1 vale $\boxed{}$

Esercizio 2. Dato il parametro reale α, si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 3\alpha \end{pmatrix} \; ,$$

(a) Per quali valori di α la matrice A risulta invertibile ed ammette la decomposizione di Gauss $A = LU$? $\boxed{}$

(b) Sia $A = LU$ la decomposizione di Gauss. Allora $l_{21} + l_{31}$ vale $\boxed{}$

Esercizio 3. Sia

$$E = \int_{-1}^{2} \left[\operatorname{arctg}(x - 1/2) - 2(x^2 - \sin(\pi x)) \right] \mathrm{d}\, x \; ,$$

e sia A_{CS} il valore approssimato dell'integrale ottenuto usando la formula di Cavalieri-Simpson. Allora A_{CS} vale $\boxed{}$

Esercizio 4. Si consideri il seguente sistema differenziale

$$\begin{cases} 2x'(t) + 3y(t) + 20 = 0 & \qquad x(0) = 1 \\ \\ y'(t) + x(t) + 1 = 0 & \qquad y(0) = 0. \end{cases}$$

(a) Applicare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1/2$. I valori approssimati di $x(1/2)$ e $y(1/2)$ sono $x^1 = \boxed{}$ e $y^1 = \boxed{}$

(b) Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1/2$. I valori approssimati di $x(1/2)$ e $y(1/2)$ sono $x_1 = \boxed{}$ e $y_1 = \boxed{}$

Esercizio 5. Si consideri il sistema lineare:

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 4 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

A partire dal vettore iniziale $x^{(0)} = (4, 2, -3)^T$, si effettui un passo del metodo di Gauss-Seidel. Allora si ha:

$x_1^{(1)} =$ $\boxed{}$ $x_2^{(1)} =$ $\boxed{}$ $x_3^{(1)} =$ $\boxed{}$

Esercizio 6. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx \approx af\left(-\frac{c}{2}\right) + bf(c)$$

Determinare i pesi a, b ed il nodo $c > 0$ in modo che la formula sia almeno di ordine 2. $a =$ $\boxed{}$, $b =$ $\boxed{}$, $c =$ $\boxed{}$

Esercizio 7. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y'(t) + \frac{3}{1+t^2}y(t) = 0 \qquad y(0) = 3$$

(a) Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1/2$. Il valore approssimato di $y(1/2)$ è $\boxed{}$

(b) Applicare un passo del metodo dei trapezi con passo $h = 1/2$. Il valore approssimato di $y(1/2)$ è $\boxed{}$

Esercizio 8. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x + 3}.$$

(a) Sia $P_2(x)$ il polinomio interpolatore di Lagrange di $f(x)$, relativo ai nodi $\{-2, 1, 2\}$. Allora $P_2(-1)$ vale $\boxed{}$

(b) Sia $r(x)$ la retta di regressione per f rispetto ai nodi $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Allora $r(3)$ vale $\boxed{}$

Ogni risposta esatta: 2 punti. Ogni risposta sbagliata o non data: 0 punti. Lo scritto è superato se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16**. Durata della prova: **2 ore**.