

Cognome e Nome	Firma
----------------	-------

CALCOLO NUMERICO: Prova del 06/02/2006

Esercizio 1. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & -10 \\ 2 & -10 & 29 \end{pmatrix},$$

si consideri la decomposizione di Cholesky $A = BB^T$. Allora $b_{22} + b_{33}$

vale

Esercizio 2. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} a & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

con a reale, $a \neq 0$. Il metodo di Jacobi per i sistemi lineari di matrice

A è convergente se e solo se a

Esercizio 3. Applicare un passo del metodo di Gauss-Seidel al sistema

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

partendo da $x_1^{(0)} = 1, x_2^{(0)} = 2, x_3^{(0)} = -3$.

Allora si ha: $x_1^{(1)} =$, $x_2^{(1)} =$, $x_3^{(1)} =$

Esercizio 4. Applicare due passi del metodo di Eulero esplicito con $h = 1/2$ al seguente sistema:

$$\begin{cases} x'(t) = 2t^2 + 2x(t) - y(t) & x(0) = 1 \\ y'(t) = x(t) + y(t) & y(0) = 2 \end{cases}$$

Indicata con x_2 (rispettivamente y_2) l'approssimazione di $x(1)$ (rispettivamente $y(1)$), si ha $x_2 = \boxed{}$ e $y_2 = \boxed{}$

Esercizio 5. Dato il parametro reale $a > 0$, si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Per quali valori di a la matrice A risulta invertibile ed ammette la decomposizione LU ?

Esercizio 6. Applicare il metodo di Eulero implicito con passo $h = 1/3$ al seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} 4t - 3y(t) - y'(t) = 0 \\ y(0) = -2 . \end{cases}$$

Indicata con u_1 l'approssimazione di $y(1/3)$, si ha $u_1 = \boxed{}$

Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. Durata della prova: **1 ora e 30 minuti**.
