Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO: Prova del 04/02/2004

Esercizio 1. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix},$$

si consideri la decomposizione $A = LU$. Allora $u_{22} + u_{33}$ vale $\boxed{}$

Esercizio 2. Trovare a e b in modo tale che la funzione

$$y(x) = ax^2 + b\cos(\frac{\pi}{2}x)$$

approssimi i punti $(-1, 3)$, $(0, 3)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ nel senso dei minimi quadrati.

Allora $a =$ $\boxed{}$ e $b =$ $\boxed{}$

Esercizio 3. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & a & -a \\ 3 & 3 & 3 \\ a & a & 3 \end{pmatrix},$$

con a reale > 0. Il metodo di Gauss-Seidel per i sistemi lineari di matrice A è convergente se e solo se a $\boxed{}$

Esercizio 4. Applicare i metodi di Eulero implicito ed il metodo dei trapezi con passo $h = 1/4$ al seguente problema di Cauchy

$$4x + 2y(x) - y'(x) = 0 \quad , \qquad y(0) = 1 \ .$$

Indicata con u_1^{EI} l'approssimazione di $y(1/4)$ ottenuta con il metodo di Eulero implicito, si ha $u_1^{EI} =$ $\boxed{}$

Indicata con u_1^{T} l'approssimazione di $y(1/4)$ ottenuta con il metodo dei trapezi, si ha $u_1^{T} =$ $\boxed{}$.

Esercizio 5. Applicare un passo del metodo di Jacobi al sistema

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & -1 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ -1 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

partendo da $x_1^{(0)} = 1$, $x_2^{(0)} = 2$, $x_3^{(0)} = 1$.
Allora si ha: $x_1^{(1)} =$ $\boxed{}$, $x_2^{(1)} =$ $\boxed{}$, $x_3^{(1)} =$ $\boxed{}$

Esercizio 6. Applicare il metodo dei trapezi con passo $h = 1$ al seguente sistema:

$$\begin{cases} x'(t) = 2t^3 + 2x(t) + y(t) & x(0) = 1 \\ y'(t) = x(t) + y(t) & y(0) = 2 \end{cases}$$

Indicata con x_1 (rispettivamente y_1) l'approssimazione di $x(1)$ (rispettivamete $y(1)$), si ha $x_1 =$ $\boxed{}$ e $y_1 =$ $\boxed{}$

Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. Durata della prova: **1 ora e 30 minuti**.