Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO: Prova del 07/02/2005

Esercizio 1. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} ,$$

si consideri la decomposizione $A = LU$. Allora $u_{22} + u_{33}$ vale $\boxed{}$

Esercizio 2. Trovare a e b in modo tale che la retta

$$y(x) = ax + b$$

approssimi i punti $(-4, 0)$, $(-3, 2)$, $(-2, 1)$, $(-1, 1)$, $(0, 1)$ nel senso dei minimi quadrati.

Allora $a = \boxed{}$ e $b = \boxed{}$

Esercizio 3. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & a \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} ,$$

con a reale. Il metodo di Gauss-Seidel per i sistemi lineari di matrice A è convergente se e solo se a $\boxed{}$

Esercizio 4. Dato il parametro reale a, si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix} .$$

Per quali valori di a la matrice A ammette la decomposizione di Cholesky $A = LL^T$ con L triangolare inferiore ? $\boxed{}$

Esercizio 5. Applicare un passo del metodo di Jacobi al sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

partendo da $x_1^{(0)} = 1$, $x_2^{(0)} = 2$, $x_3^{(0)} = 1$.
Allora si ha: $x_1^{(1)} = \boxed{}$, $x_2^{(1)} = \boxed{}$, $x_3^{(1)} = \boxed{}$

Esercizio 6. Applicare il metodo di Eulero implicito con passo $h = 1/2$ al seguente sistema:

$$\begin{cases} x'(t) = t + x(t) + y(t) & x(0) = -1 \\ y'(t) = x(t) - 3y(t) & y(0) = 1 \end{cases}$$

Indicata con x_1 (rispettivamente y_1) l'approssimazione di $x(1/2)$ (rispettivamete $y(1/2)$), si ha $x_1 = \boxed{}$ e $y_1 = \boxed{}$

Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti. Durata della prova: **1 ora e 30 minuti**.