Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO: Prova del 31/01/2003

Esercizio 1. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 8 & -8 \\ 3 & -8 & 26 \end{pmatrix}$$

si consideri la sua decomposizione di Cholesky BB^T, con B matrice triangolare inferiore. Allora $b_{32} + b_{33}$ vale $\boxed{}$

Esercizio 2. Trovare a e b in modo tale che la funzione

$$y(x) = a \sin x + b \cos x$$

approssimi i punti $(-\pi/2, 2)$, $(0, 4)$, $(\pi/2, -1)$ e $(\pi, 5)$ nel senso dei minimi quadrati.

Allora $a = \boxed{}$ e $b = \boxed{}$

Esercizio 3. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & \alpha \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} ,$$

con $\alpha > 0$. Il metodo di Jacobi per i sistemi lineari di matrice A è convergente se e solo se α $\boxed{}$

Esercizio 4. Applicare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1/2$ al seguente sistema:

$$\begin{cases} x'(t) = \quad 2tx(t) + (1+2t^2)y(t) & \qquad x(1) = 1 \\ \\ y'(t) = \quad (1+2t^2)x(t) + y(t) & \qquad y(1) = 1 \end{cases}$$

Indicata con x_1 (risp. y_1) l'approssimazione di $x(3/2)$ (risp. $y(3/2)$), si ha $x_1 = \boxed{}$ e $y_1 = \boxed{}$

Esercizio 5. Applicare un passo del metodo di Gauss-Seidel al sistema

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 6 & -3 \\ 1 & -3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

partendo da $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 1$.
Allora si ha: $x_1^{(1)} = \boxed{}$, $x_2^{(1)} = \boxed{}$, $x_3^{(1)} = \boxed{}$

Esercizio 6. Applicare un passo del metodo di Heun con passo $h = 1$ al seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \dfrac{2y(t)}{t+2} \\ \\ \quad y(0) = 3 \end{cases}$$

Indicata con u_1 l'approssimazione di $y(1)$, si ha $u_1 = \boxed{}$

---

(1) Ogni risposta esatta vale 2 punti. Ogni risposta sbagliata oppure non data vale 0 punti.

(2) Durata della prova: **1 ora e 30 minuti**.