Metodi Matematici per l'Ingegneria - 5/04/2013 - Parte B

1-OT.

1. Sia $f \in C^1(R^n)$ e $\mathbf{x}_k \in R^n$ e $\mathbf{p}_k$ una direzione di discesa in $\mathbf{x}_k$ per f. Sia $\beta > 0$ e $\mathbf{s}_k = -\nabla f(\mathbf{x}_k) + \beta\ \mathbf{p}_k$: si verifichi che $\mathbf{s}_k$ risulta una direzione di discesa.
2. Posto $\phi(\alpha) = f(\mathbf{x}_k + \alpha\mathbf{s}_k)$ si effettui la ricerca lineare esatta cioè sia $\alpha_{ott} = argmin\{\phi(\alpha),\ \alpha > 0\}$ e si defisca $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_{ott}\mathbf{s}_k$. Mostrare che $\nabla f(\mathbf{x}_{k+1})^T\mathbf{s}_k = 0$.

2-OT.

1. Si consideri la cifra di merito $\eta_k = \frac{ared}{pred}$ discutere il suo uso per valutare l'affidabilità dell' approssimazione quadratica sulla *regione di trust.*
2. Dato il punto ed il raggio della regione di trust iniziale $(\mathbf{x}_0, h_0)$ fornire la motivazione delle regole adattative utilizzate per definire l'update $(\mathbf{x}_{k+1}, h_{k+1})$ operato dall'algoritmo della *trust region* a partire dalla coppia $(\mathbf{x}_k, h_k)$:
   - dati di partenza :$(\mathbf{x}_0, h_0)$
   - for k=0,......
   - a partire da $(\mathbf{x}_k, h_k)$ ....
   - - -......
   - - -.....
   - - -update dell'iterata e del raggio della regione di affidabilità $(\mathbf{x}_{k+1}, h_{k+1})$
   - end
3. Quale velocità di convergenza esibisce il metodo della *trust region*?

1-TD. Sia $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ continua con $f(0) \neq f(2\pi)$. Stabilire se è possibile che lo spettro di f sia discreto.

2-TD. Sia $f : (0, 2\pi) \to \mathbb{R}$ definita da $f(t) = at + b$. Siano c_n i coefficienti di Fourier. Calcolare c_0 (in funzione di a, b). Determinare b in modo tale che $Re(c_n) = 0$ per ogni $n \neq 0$.

Metodi Matematici per l'Ingegneria - 14/02/2013 - Parte A

1-OT. Si consideri la funzione $f(\mathbf{x}) = 2\ x_1^2 - 2\ \sqrt{2}\ x_1\ x_2\ +\ x_2^4\ + 3x_2^2 + 2\ \sqrt{2}\ x_2^3$.

1. Ricercare e classificare i punti stazionari mediante le condizioni sufficienti.
2. Si utilizzi la function **fminunc** applicando il metodo Quasi-Newton 'bfgs'. Si dichiari nelle **options** che :
   - il tipo di problema non è LargeScale;
   - l'update è *bfgs*;
   - l'identità è presa come matrice iniziale approssimante l'Hessiana;
   - si fornisca il gradiente;
   - si assegnino le tolleranze: TolFun:1.e-12; TolX: 1.d-12 .

   Si consideri la function **fminunc** con le options precedenti e la si applichi considerando il seguente punto iniziale $\mathbf{x}_0 = (2, 2)$. Riportare i valori per ciascuan iterata di:

   $\mathbf{x}$, $f(\mathbf{x}) = fval$, First-order optimality, iterations, funcCount

3. Nel caso del dato iniziale [2, 2], sia *nit* il numero totale di iterate ottenuto; si costruiscano i vettori ob(1:nit) e gob(1:nit) ottenuto copiando il valore della funzione obiettivo e della norma infinito del gradiente nella colonna *" First-order optimality"*. Si consideri il seguente programma:
   - clear all
   - format long e
   - for i=1:nit-1
   - it(i)=i;
   - rf(i)=ob(i+1,1)/ob(i,1);
   - rg(i)=gob(i+1,1)/gob(i,1);
   - end
   - it(nit)=nit;
   - figure(1)
   - subplot(1,2,1)
   - plot(it, log10(abs(ob(1:nit,1))),'-b*')
   - subplot(1,2,2)
   - plot(it, log10(abs(gob(1:nit,1))),'-b*')
   - rf'
   - rg'

   Si riporti grafico qualitativo di log10(gob) e di log10(abs(ob)) e si analizzi il comportamento asintotico dei fattori *rf*, *rg* e si valuti quindi la velocità di convergenza di *ob* e *gob*.

4. Ricercare un punto iniziale in modo che l'algoritmo converga al secondo punto di minimo e riportare i valori a cui convergono le iterate

   $\mathbf{x}$, $f(\mathbf{x}) = fval$, First-order optimality, iterations, funcCount

1-TD. Sia $f(t) = t\sin(t) + 0.25$. Tracciare un grafico qualitativo di parte reale, parte immaginaria e modulo dei coefficienti di Fourier c_n.

2-TD. Sia $f(x) = |x - \pi|$. Tracciare un grafico qualitativo dei polinomi trigonometrici (serie di Fourier troncate)

$$S_k(t) = \sum_{n=-k}^{k} c_n e^{int}$$

per $k = 10, 20, 40$.