# Analisi D - Scritto del 26/09/2011

**1.** Sia $f$ olomorfa in $B_R$. Siano $c_n$ i coefficienti dell'espansione di Taylor centrata nell'origine. Per $0 < r < R$ si supponga che $|c_n| \geq r^{-n}$. Mostrare che $\max_{|z|=r}|f(z)| \geq 1$.

**2.** Sia $f(z) = ze^{-i/z}$. Trovare l'espansione di Laurent nell'origine e classificare la singolarità di $f$. Sia $Q = \{z : |\mathrm{Re}z| + |\mathrm{Im}z| = 1\}$. Calcolare

$$\int_C f(z)\, dz\,,$$

dove $C$ percorre $\partial Q$ una volta in senso orario.

**3.** Siano $\lambda$ e $\mu$ misure sulla $\sigma$-algebra $\mathcal{M}$. Sia $\mu$ positiva (o assoluta) e $\lambda$ reale (o relativa). Mostrare quanto segue.

- Se $\lambda$ è concentrata su $S \in \mathcal{M}$ allora anche $\lambda^+, \lambda^-$ e $|\lambda|$ sono concentrate su $S$.
- Se $\lambda \ll \mu$ allora anche $\lambda^+, \lambda^-$ e $|\lambda|$ sono assolutamente continue rispetto a $\mu$.

**4.** Si consideri la successione di funzioni $g_n(x) = x^n \mathrm{sen}(nx)$. Studiarne la convergenza (q.o., q.u., in misura e in $L^1$) per $x \in [-1, 1]$.

**Tempo a disposizione: 2 ore**