17-febbraio-2011

Prova d'esame delle Trasformate Discrete+

- **Esercizio: 1-TD** Sia $f : (0, 2\pi) \rightarrow \mathbf{R}$. Per $N = 2^4$ sia $Y = \text{fft(f)/N}$ tale che $Y(1) = 1$, $Y(2) = -0.5 + i$, $Y(n) = 0$ per $3 \leq n \leq N - 1$ e $Y(N) = -0.5 - i$. Tracciare un grafico qualitativo di f. Determinare f esplicitamente.

- **Esercizio: 2-TD** Sia $f(t) = 1+t$. Per $N = 2^8$ sia $Y = \text{fft(f)/N}$. Tracciare un grafico di parte reale, parte immaginaria e modulo di Y. Calcolare i coefficienti di Fourier $c_0, ..., c_3$. Tracciare un grafico delle funzioni $f_p = \text{ifft(real(Y)} * \text{N)}$ ed $f_d = \text{ifft(i} * \text{imag(Y)} * \text{N)}$. Quali sono le proprietà di f_p ed f_d? È corretto aspettarsi che $f = f_p + f_d$? (Motivare bene le risposte).

Prova d'esame di Ottimizzazione

- **Esercizio: 1-OT**
  - Dedurre la regola di Armijo imponendo che la riduzione attuale *ared* dell'obiettivo risulti almeno una percentuale $\rho \in (0, 1)$ della riduzione predetta *pred* dal modello affine di $f(\mathbf{x})$ in $\mathbf{x}_k$.
  - Sia $f(\mathbf{x}) = \frac{x_1+x_2^2}{4}$ e l'iterata al passo k-esimo $\mathbf{x}_k = (1, 1)^T$. Determinare lo step δ_k di Newton, verificare che δ_k risulta una direzione di discesa e calcolare $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_{opt}\mathbf{p}_k$ con $\alpha_{opt} = argmin\{f(\mathbf{x}_k + \alpha\mathbf{p}_k), \alpha > 0\}$. Commentare il risultato trovato.

- **Esercizio: 3-OT**
  - Sia $\mathbf{x}_k$ convergente a $\mathbf{x}^*$ fornire la definizione di convergenza superlineare e quadratica.
  - Si consideri il programma min_trust.m per la ricerca di minimi di funzioni 1D. Lo si adoperi per la ricerca del massimo relativo della funzione $f(x) = -16 * x^4 + 104 * x^3 - 256.2 * x^2 + 282.6 * x - 120$ a partire dal dato iniziale $x_0 = -5$. Con quale velocità di convergenza l'algoritmo determina il massimo relativo?