ESERCITAZIONI DI ANALISI 1

1. **Calcolare i seguenti integrali.**

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{2}x+2}{2x^2+2}\,dx,$$

$$\int_7^8 \frac{1}{x^2-5x+6}\,dx,$$

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} 3x\arctan(x^2)\,dx,$$

$$\int_0^1 \frac{(\arctan x)^9}{x^2+1}\,dx,$$

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{\tan(x)}-1}{\cos^2(x)}\,dx,$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos(x)}{5+2\sin(3x)}\,dx,$$

$$\int_0^{\pi} \sin(x)(1-\cos^2(x))\,dx,$$

$$\int_1^e x\ln(4x)\,dx,$$

$$\int_0^1 \arctan(4x)\,dx,$$

$$\pi\int_0^{\ln(2)} e^{3x}\sin(\pi e^{3x})\,dx,$$

$$\int_{-1/7}^0 \frac{\sqrt{1+7x}}{\sqrt{1+7x}+1}\,dx,$$

$$\int_{-1}^1 \Big(2|x| + x\arctan(x^2)\cos(x^2)\sin(x^2)\Big)\,dx.$$

2. **Sia f periodica di perido T. Allora si deduce che:**

$$\begin{aligned}
a)\quad \int_0^T f(x)\,dx &= -\int_{-T}^0 f(x)\,dx,\\
b)\quad \int_0^T f(x)\,dx &= \frac{1}{2}\int_0^{2T} f(x)\,dx,\\
c)\quad \int_0^T f(x)\,dx &= 2\int_0^{\frac{T}{2}} f(x)\,dx,\\
d)\quad \int_0^T f(x)\,dx &= \frac{1}{2}\int_0^{\frac{T}{2}} f(x)\,dx.
\end{aligned}$$

3. **Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$. Calcolare la derivata della funzione**

$$F(x) = \int_0^{\sin(x)} f(t)\ dt.$$

4. **Determinare l'equazione della tangente ad F nel suo punto di ascissa π.**

$$F(x) = 1 + \int_\pi^x \cos^3(t)\ dt.$$

5. **Determinare tutti gli α per i quali risulta crescente la funzione**

$$F(x) = \int_0^x (t^2 + \alpha t + 16)\ dt.$$

6. **Classificare i punti stazionari di**

$$F(x) = \int_0^x (t-1)(t^2-4)\ dt.$$

7. **Determinare il numero degli zeri in $(0, +\infty)$ della seguente funzione integrale. Calcolarne poi il polinomio di MacLaurin di grado 2.**

$$F(x) = \int_0^x \left(5e^{-t^2} - 3\right)\ dt.$$