
Relazione di asintoticità e limiti

1. Mostrare che: se $f \sim g$ allora $f^2 \sim g^2$; se $f = o(g)$ allora $f^2 = o(g^2)$

2. Mostrare che per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

$$\cosh(x) \sim \frac{1}{2}e^x, \quad \arctan(x) \sim \frac{\pi}{2}, \quad x^{1/3}\tanh(x) - \ln(3x+2) \sim x^{1/3}$$

3. Calcolare i limiti per $x \rightarrow +\infty$ di:

$$\frac{x^{-3} + e^{-x}}{x^{-1} + x^{-3}}, \quad xe^{-3x}, \quad 2^x x + \cos(x), \quad \frac{2^x - x \ln(x)}{3^x + \sin(x)}, \quad 3^x - x \sin(x)$$

4. Mostrare che se $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \ell$ e $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \ell$ con $\ell \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ allora $f \sim g$ per $x \rightarrow 3$.

5. Trovare un esempio in cui $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ ma $f \not\sim g$ per $x \rightarrow 3$.

6. Mostrare che $x \sim x - \ln(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ ma $e^x \not\sim e^{x - \ln(x)}$ per $x \rightarrow +\infty$.

7. Sapendo che $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0^+$ in quali casi possiamo calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)/g(x)$?
