Metodi Matematici per l'Ingegneria - 24/01/2013

1-OT. Sia $f(\mathbf{x}) = 2\ x_1^3 - 3\ x_1^2 - 6\ x_1\ x_2\ (x_1 - x_2 - 1)$.

- Trovare tutti i punti stazionari.
- Utilizzando il calcolo dell'Hessian classificare i punti stazionari.
- Si calcoli l'Hessiana e il gradiente per un punto del tipo $\mathbf{x} = (x_1, -x_1)$ e si definisca lo step di Newton δ_k^N relativo al punto $\mathbf{x}_k = (\frac{1}{8}, -\frac{1}{8})$.
- Si verifichi se la direzione dello step di Newton è una direzione di discesa.

2-OT. Si consideri la funzione quadratica:

$$f(\mathbf{x}) \ = \frac{1}{2}\ \mathbf{x}^T\mathbf{H}\mathbf{x} - c^T\mathbf{x},\ \text{con}\ \ \mathbf{H}\ \ \text{simmetrica} \quad \text{e}\ \ \mathbf{c} \in \mathbb{R}^n\,.$$

Dati $\mathbf{x}_k$ e una direzione $\mathbf{s}_k$ con $\mathbf{s}_k^T\mathbf{H}\mathbf{s}_k > 0$ si scriva :

- l'update $\mathbf{x}_{k+1}$ ottenuto con un passo ottimale
- la riduzione $f(\mathbf{x}_{k+1}) - f(\mathbf{x}_k)$ in termini di gradiente, Hessiana e direzione $\mathbf{s}_k$.

3-OT. Determinare i minimi e massimi della funzione 1D :

$$f(\mathbf{x}) = 2x^3 - 3x^2 - 6xa(x - a - 1)$$

con a=0.25, utilizzando la function **fminunc** applicando il metodo Quasi-Newton 'bfgs' . Si dichiari nelle **options** che :

- il tipo di problema non è LargeScale;
- si sceglie l'update *bfgs* ;
- si prende l'identità scalata come matrice iniziale approssimante l'Hessiana;
- si fornisce il gradiente
- si assegnano le seguenti tolleranze: TolFun:1.e-10; TolX: 1.d-10 .

Riportare le prime due iterate la 5, 10, 15, 20, 25 .... e le ultime due iterate con i seguenti dati:

iteration *Func-count* *f(x)* *step-size* *First-Order condition*

Si cerchi il massimo della stessa funzione considerando il programma per problemi 1D: quasi_newton.m che utilizza i file obj.m, dobj.f. Riportare le prime due iterate la 5, 10, 15, 20, 25 .... e le ultime due iterate con i seguenti dati:

it *obj* *dobj* *err-r* *x*

Si confrontino i due metodi fminc e quasi_newton in termini di valutazioni a partire dallo stesso punto iniziale $x_0 = -40$. In base ai grafici ed ai fattori di convergenza quale velocità di convergenza si osserva?

1-TD. Sia $f(t) = \sin(3t) + \cos(t)\sin(t)$. Siano c_n i coefficienti di Fourier di f. Riportare un grafico qualitativo di $|c_n|$, $Re(c_n)$ e $Im(c_n)$. Giustificare i risultati ottenuti.

2-TD. Sia $f(t) = 3t^2 + 1$. Siano c_n i coefficienti di Fourier di f. Si considerino i polinomi trigonometrici (serie di Fourier troncata)

$$S_k(t) = \sum_{n=-k}^{k} c_n e^{int}\,.$$

Si tracci un grafico di S_k per $k = 10, 20, 40$. Commentare gli andamenti.