Prova d'esame delle Trasformate Discrete+

Esercizio 1-TD. Sia g la gaussiana

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\pi)^2}{2\sigma^2}\right)$$

con varianza σ. Si considerino i valori $\sigma = 0.1$ e $\sigma = 1$. Riprodurre il grafico di g. Siano c_n i coefficienti di Fourier. Riportare il valore di $2\pi c_0$ e l'ordine di grandezza di $\mathrm{Re(c_n)}$ e $\mathrm{Im(c_n)}$. Riportare un grafico qualitativo di $|c_n|$ per $\sigma = 0.1$ e $\sigma = 1$ e dare una spiegazione della differenza.

Esercizio 2-TD. Sia $f(t) = t + 1$. Calcolare i coefficienti di Fourier $c_0, ..., c_2$ e tracciare un grafico qualitativo del polinomio trigonometrico (serie di Fourier troncata)

$$S_k(t) = \sum_{n=-k}^{k} c_n e^{int}$$

per $k = 5, 15, 25$. Giustificare l'andamento di S_k.

Prova d'esame di Ottimizzazione

- **Esercizio: 1-OT** Sia $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}_1^2 + \mathbf{x}_2^4 + \mathbf{x}_3^2$.
  - Trovare i punti di minimo.
  - Si calcoli lo step di Newton δ_k^N relativo al punto $\mathbf{x}_k^T = (1, \gamma, 1)$.
  - Si verifichi che la direzione dellostep di Newton è una direzione di discesa.
  - Si consideri il punto $\mathbf{x}(\alpha) = \mathbf{x}_k + \alpha * \delta_k^N$ mostrare che per $\gamma = 1$ allora il passo $\alpha = 1$ risulta ammissibile pe rla regola di Armijo con percentuale di riduzioen $\rho = \frac{1}{4}$.
- **Esercizio: 2-OT** Sia $f(x) = x^4 - 12 * x^3 + 47 * x^2 - 60 * x$ determinare i quattro zeri reali variando il punto iniziale utilizzando il programma **ibrido.m** basandosi anche su un grafico della funzione.
- **Esercizio: 3-OT** Determinare i minimi della funzione:$f(\mathbf{x}) = 2*x_1^2 + x_2^2 - 2*x_1*x_2 + 2*x_1^3 + x_1^4$ utilizzando la function **fminunc** valutando l'efficienza dei metodi Quasi-Newton : 'bfgs' e 'dfp' in termini di numero di valutazioni. Si considerino i punti di partenza :$\mathbf{x}_0 = (-3, -2)^T$ e $\mathbf{x}_0 = (3, 2)^T$

  Assegnare nelle **options** che :
  - il tipo di problema non è:
  - si consideri il metodo quasi-newton che utilizza sia l'update *bfgs* che *dfp*;
  - per la direzione iniziale si scelga come matrice iniziale approssimante l'Hessiana è la matrice identità scalata;
  - fornire il gradiente :
  - assegnare le seguenti tolleranze: TolFun:1.e-8; TolX: 1.d-8;