



UNIVERSITÀ DEL PIEMONTE ORIENTALE

Prove INVALSI di matematica per la scuola secondaria: dati quantitativi e analisi qualitative in verticale.

Francesca Martignone
francesca.martignone@uniupo.it



<https://www.invalsi.it/invalsi/index.php>

<https://www.invalsiopen.it/>

«INVALSI effettua verifiche periodiche e sistematiche sulle conoscenze e abilità degli studenti e sulla qualità complessiva dell'offerta formativa delle istituzioni di istruzione e di istruzione e formazione professionale, anche nel contesto dell'apprendimento permanente; in particolare gestisce il Sistema Nazionale di Valutazione (SNV)»

<https://www.invalsi.it/invalsi/istituto.php?page=chisiamo>

LE PROVE INVALSI 2019

2.678.971

STUDENTI HANNO SVOLTO LE PROVE STANDARDIZZATE. I DATI DEL RAPPORTO SONO ELABORATI SU UN CAMPIONE DI 162.973 STUDENTI



140.346

È IL TOTALE DI **CLASSI** CHE HANNO PARTECIPATO: 58.386 DI SCUOLA PRIMARIA (CLASSI II E V); 29.231 DI SCUOLA SEC. DI I GRADO (CLASSI III); 52.729 DI SCUOLA SEC. DI II GRADO (CLASSI II E V)



5

GRADI SCOLASTICI INTERESSATI DALLA RILEVAZIONE: GRADI 2 E 5 PER LA SCUOLA PRIMARIA; GRADO 8 PER LA SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO; GRADI 10 E 13 PER LA SCUOLA SECONDARIA DI II GRADO



3

DISCIPLINE TESTATE ATTRAVERSO LE PROVE: ITALIANO, MATEMATICA E INGLESE. L'INGLESE RIGUARDA ESCLUSIVAMENTE I GRADI 5, 8 E 13



2

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO: CARTACEA (PPT) PER LA SCUOLA PRIMARIA E COMPUTERIZZATA (CBT) PER LA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO E DI SECONDO GRADO



5

MACROAREE RAGGRUPPANO LE REGIONI ITALIANE: NORD-EST, NORD-OVEST, CENTRO, SUD, SUD E ISOLE.



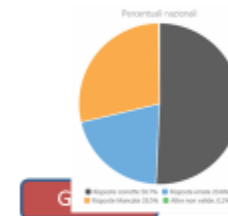
Diversi scopi e informazioni

- Per Istituzioni e cittadinanza
- Per scuole, insegnanti e studenti

Quali informazioni possono dare i risultati e le prove INVALSI di matematica?

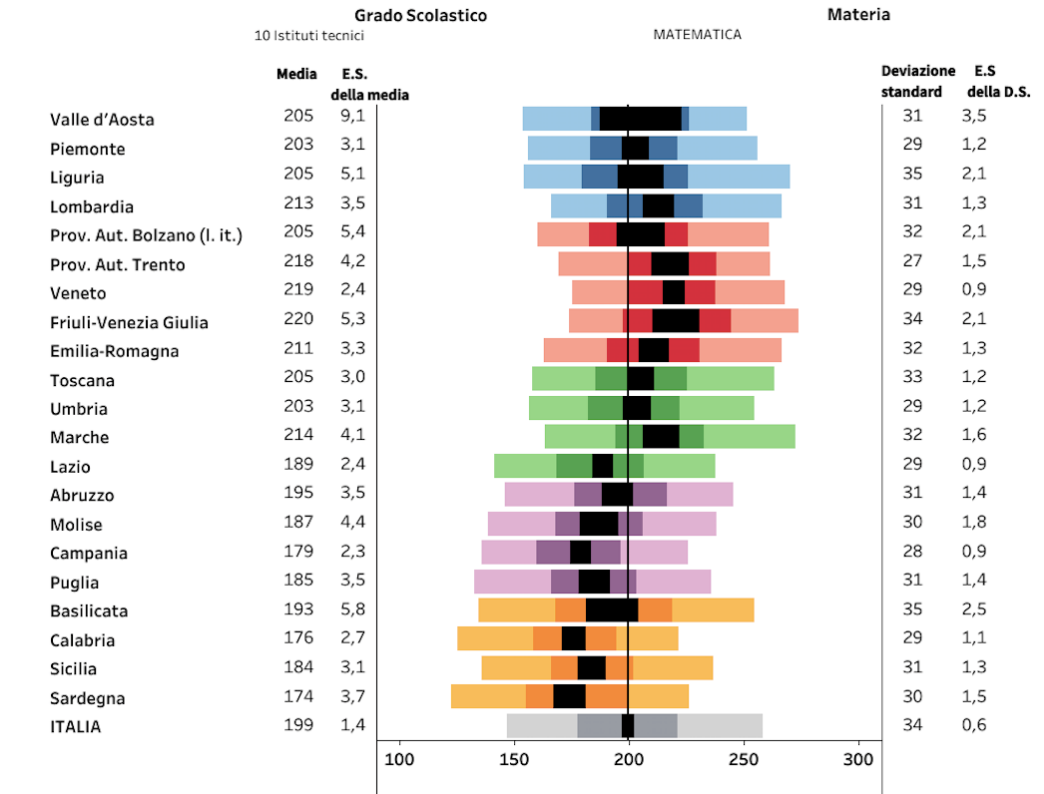


PROVE

A screenshot of the INVALSI results page for a specific school. It shows the school's name, the subject (Mathematics), and the grade (5th grade). Below this, there is a table with columns for 'Prova di Matematica' and 'Prova di Italiano'. The table contains data for the school's performance compared to national averages.

Dal punto di vista delle Istituzioni

Le prove INVALSI hanno lo scopo principale di **dare informazioni alle Istituzioni** sui livelli di apprendimento degli studenti di scuola primaria e secondaria di primo e secondo grado.



RISULTATI IN MATEMATICA AL GRADO 5

Il grafico mostra il punteggio medio, la deviazione standard e la distribuzione dei punteggi per regione. La mappa mostra i risultati medi delle macro-aree e indica se tali risultati e i punteggi medi regionali differiscono significativamente dalla media italiana (200).

Dati quantitativi sul
campione nazionale



- Punteggio significativamente superiore alla media dell'Italia
- Punteggio in linea con la media dell'Italia
- Punteggio significativamente inferiore alla media dell'Italia

AL GRADO 8

Il grafico mostra il punteggio medio, la deviazione standard e la distribuzione dei punteggi per regione. La mappa mostra i risultati medi delle macro-aree e indica se tali risultati e i punteggi medi regionali differiscono significativamente dalla media italiana (200). Quest'ultima è riportata alla media del 2018 (200), dalla quale può differire segnalando un progresso o un regresso.



AL GRADO 10

Il grafico mostra il punteggio medio, la deviazione standard e la distribuzione dei punteggi per regione. La mappa mostra i risultati medi delle macro-aree e indica se tali risultati e i punteggi medi regionali differiscono significativamente dalla media italiana (200). Quest'ultima è riportata alla media del 2018 (200), dalla quale può differire segnalando un progresso o un regresso.

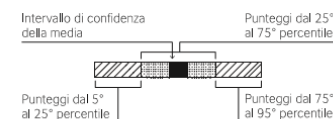


AL GRADO 13

Il grafico mostra il punteggio medio, la deviazione standard e la distribuzione dei punteggi per regione. La mappa mostra i risultati medi delle macro-aree e indica se tali risultati e i punteggi medi regionali differiscono significativamente dalla media italiana (200). Quest'ultima è riportata alla media del 2018 (200), dalla quale può differire segnalando un progresso o un regresso.



- Punteggio significativamente superiore alla media dell'Italia
- Punteggio in linea con la media dell'Italia
- Punteggio significativamente inferiore alla media dell'Italia



Rapporti Nazionali

Rapporto 2019:

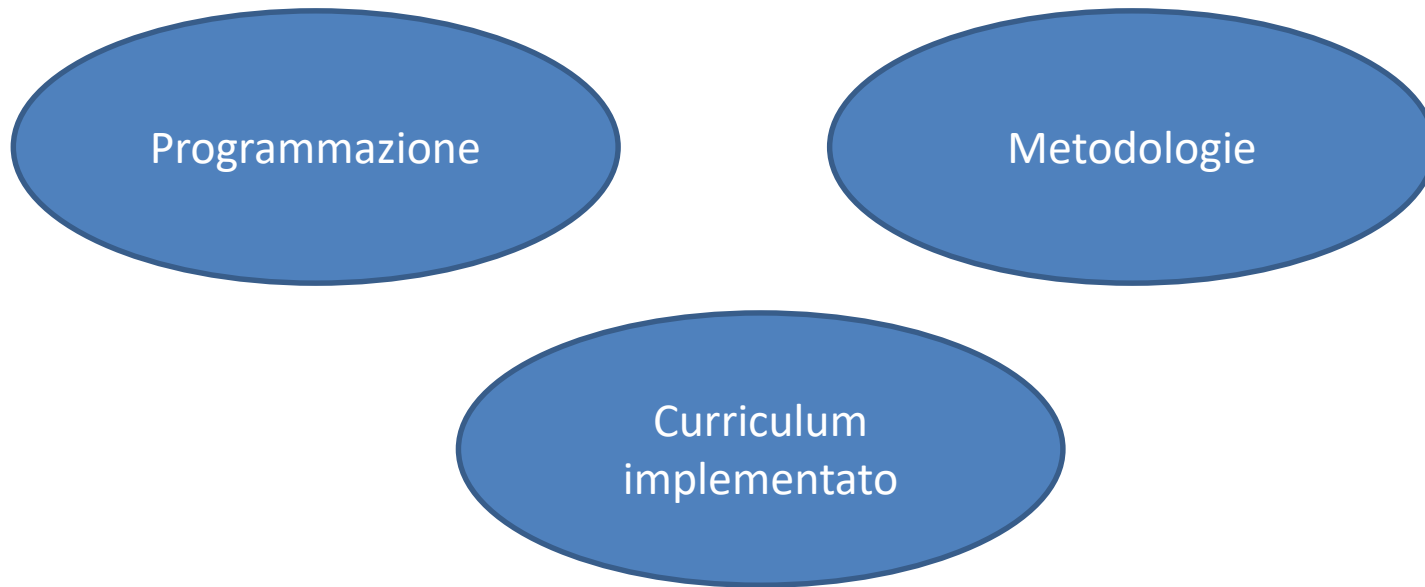
<https://youtu.be/htR05MUCS3Y>

Restituzione dei dati alle scuole

restituzione 2019

<https://www.invalsiopen.it/la-restituzione-dati-invalsi-2019/>

Impatto sull'insegnamento?



Il quadro di riferimento INVALSI è fortemente collegato alle Indicazioni Nazionali e alle Linee Guida.

ATTAINED CURRICULUM AND EXTERNAL ASSESSMENT IN ITALY: HOW TO REFLECT ON THEM?

Federica Ferretti, Alice Lemmo, Francesca Martignone

Studio su se e come le prove INVALSI possano diventare un mezzo per gli insegnanti, non solo per riflettere sull'apprendimento raggiunto dagli studenti (attained curriculum), ma anche per percepire e avere esempi di quesiti riguardanti i traguardi e obiettivi scritti nelle Indicazioni Nazionali e nelle Linee Guida (intended curriculum)

(Ferretti, Lemmo & Martignone, 2018)

Attraverso l'analisi delle prove INVALSI, dei dati statistici e delle "Guide INVALSI", gli insegnanti possono percepire alcuni aspetti del **curriculum previsto.**

Inoltre, l'analisi dei compiti e dei risultati dell'INVALSI può portare gli insegnanti a riflettere su diversi aspetti del **curriculum implementato.**

Analisi dei quesiti INVALSI

Un'analisi **qualitativa** delle prove INVALSI può far emergere e veicolare messaggi relativi all'attuazione delle Indicazioni Nazionali e delle Linee Guida.

Ad esempio portando l'attenzione su argomenti raramente sviluppati nel curriculum implementato (es. la probabilità) o su particolari tipologie di consegne (es. la richiesta di produrre argomentazioni).

SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

Traguardi per lo sviluppo delle competenze

Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità

Obiettivi di apprendimento

In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.

Riconoscere coppie di eventi complementari, incompatibili, indipendenti.

**Quesito
INVALSI
Grado 08
2011**

Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:



Testa



Croce

Stabiliscono che:

- se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;
- se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;
- se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

- ☐ Sì
- ☐ No

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

.....

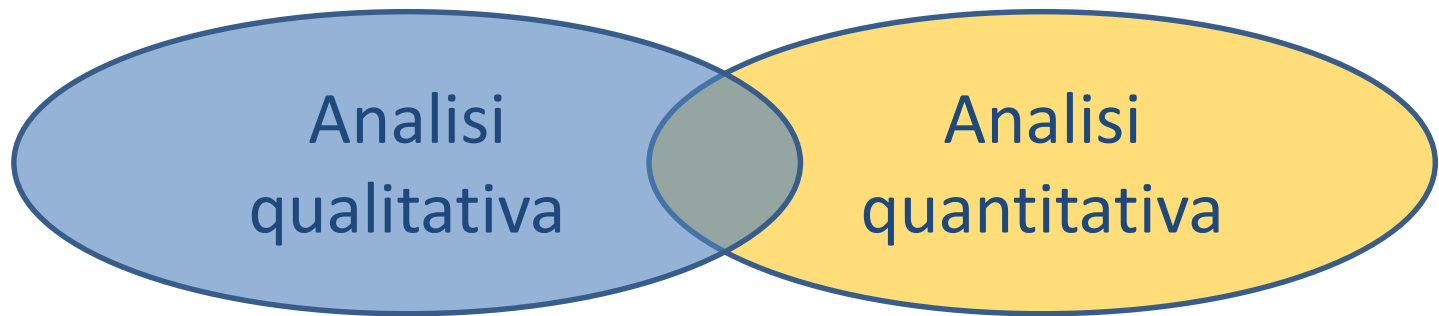


Immagina di tirare due dadi contemporaneamente. Quale dei seguenti eventi ha maggiore probabilità di verificarsi?

	Grado 5	Grado 7	Grado 9	Grado 11	universitari
Ottenere la coppia 5-6 (risposta corretta)	15	20	10	25	6
Ottenere la coppia 6-6	0	0	0	0	0
Entrambi hanno la stessa probabilità (misconcezione principale)	70	70	75	75	78
Altre risposte	15	10	15	0	16

The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions

Efraim Fischbein; Ditzia Schnarch 1997



Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:



Testa



Croce

Stabiliscono che:

- se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;
- se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;
- se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

- ☐ Sì
- ☐ No

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

.....

Item a.

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 33.3%
- Risposte errate 64.9%
- Risposte Mancate 1.8%

Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:



Testa



Croce

Stabiliscono che:

- se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;
- se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;
- se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

- ☐ Sì
- ☐ No

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

.....

Risposta esatta

Lo studente deve esplicitare perché la probabilità che esca TC (o CT) è diversa rispetto alla probabilità che esca TT o CC.

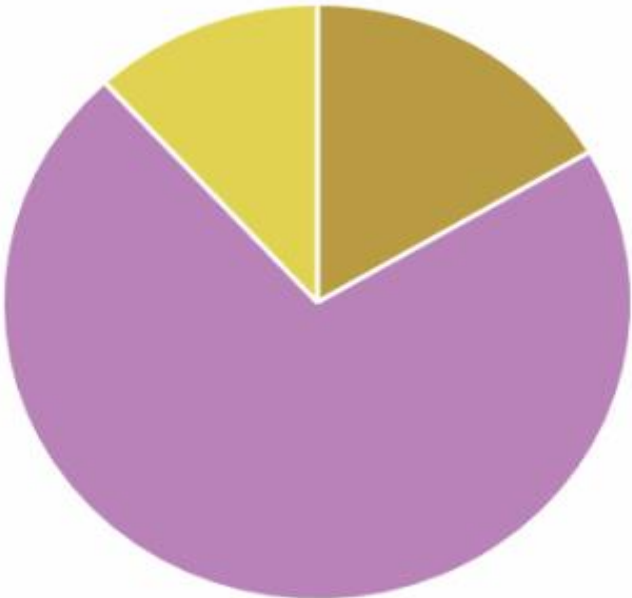
Esempi di risposta corretta:

- *Lorenzo ha più probabilità di lavare i piatti perché lui laverà sia che esca T e poi C, sia che esca C e poi T.*
- *Marco e Livia laveranno i piatti solo se escono CC e TT, mentre Lorenzo sia se esce TC sia CT.*
- *Marco: CC; Livia: TT; Lorenzo: CT o TC quindi Lorenzo ha due possibilità mentre gli altri solo una.*

CC o TT = $\frac{1}{4}$ oppure 25%; CT o TC = $\frac{1}{2}$ oppure 50% o scritture equivalenti.

Item b.

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 16.6%
- Risposte errate 71.6%
- Risposte Mancate 11.8%

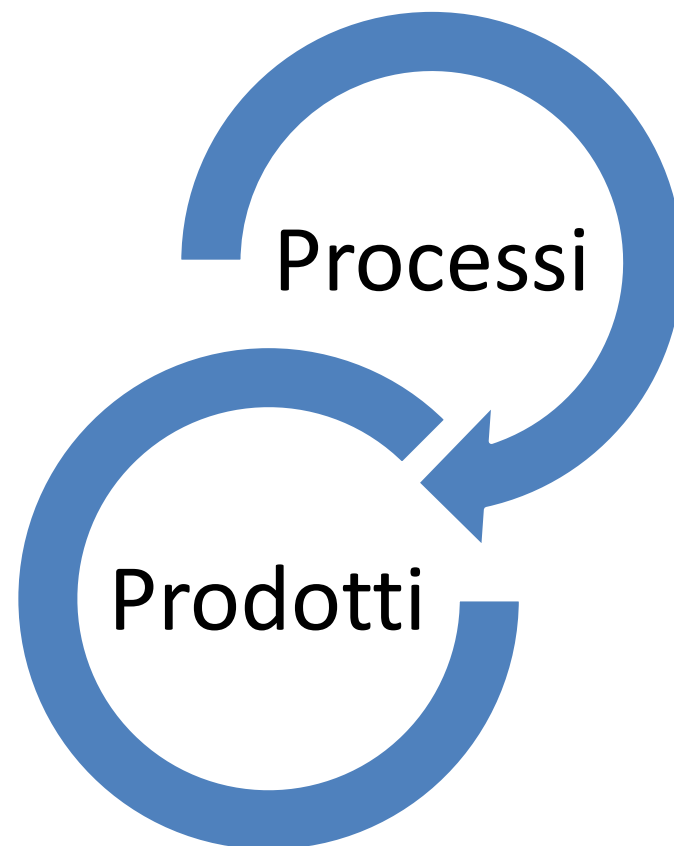
Quali informazioni possono dare i risultati e le prove INVALSI di matematica?



PROVE

A screenshot of a page from the INVALSI website showing a table of results. The table has columns for 'Classe', 'Materia', 'Risultato', and 'Percentuale'. The text above the table indicates 'Risultati Nazionali di Valutazione' and 'Risultati della Prova di Matematica'.

Pavia, 2019



L'uso di test standardizzati per valutare l'apprendimento degli studenti è spesso criticato. Ad esempio, Osta scrive:

“the use of standardized tests was also contested, as these only provide scores which don’t uncover the real learning problems, and which focus on recalling information and computation skills rather than mathematical thinking” (Osta, 2014, p.421).

I test standardizzati non possono proporre compiti relativi a certi tipi di problemi che potrebbero essere molto importanti nella valutazione delle competenze matematiche (ad esempio la produzione di congetture o la gestione di soluzioni lunghe e complesse)

MA

è possibile realizzare test che non si limitano a proporre domande che richiedono il richiamo di nozioni o l'attuazione di procedure.

**Come è percepito dagli
insegnanti l'impatto delle prove
INVALSI sulle proprie pratiche
didattiche?**

Uno studio esplorativo delle convinzioni degli insegnanti...

HOW STANDARDISED TESTS IMPACT ON TEACHER PRACTICES: AN EXPLORATORY STUDY OF TEACHERS' BELIEFS

Federica Ferretti, Silvia Funghi, Francesca Martignone



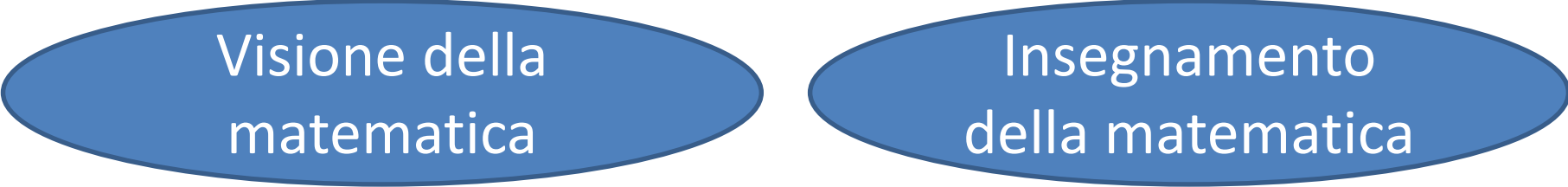
(Ferretti, Funghi & Martignone, in press)

Stiamo studiando i possibili cambiamenti nelle pratiche didattiche **dichiarati** dagli insegnanti. In particolare quello che loro percepiscono come influenzato dalle prove INVALSI...



Studio esplorativo: analisi delle risposte date a un **questionario aperto** somministrato inizialmente a un piccolo gruppo di insegnanti (22) di matematica della scuola primaria e secondaria di primo grado

Attraverso **un'analisi qualitativa** dei dati raccolti, abbiamo identificato diverse tipologie di **cambiamenti dichiarati** e alcuni aspetti che potrebbero mostrare le **convinzioni degli insegnanti** nei confronti dell'insegnamento della matematica e dei programmi di studio implementati



Visione della
matematica

Insegnamento
della matematica

Questionario

- Ripensi alle prove INVALSI e alla sua pratica didattica: la presenza delle suddette prove ha influenzato o modificato in qualche modo la sua pratica didattica? Sia che la sua risposta sia sì o no, la motivi. Se ha risposto sì, su quali aspetti della sua pratica didattica le prove INVALSI hanno influito maggiormente? In che modo?
- Secondo lei quanto sono coerenti le Prove INVALSI con gli Obiettivi e i Traguardi delle Indicazioni Nazionali? Motivi la sua risposta.

Cambiamenti dichiarati su	Numero di insegnanti
Obiettivi delle consegne e attività didattiche	7
Struttura delle consegne e valutazione	11
Metodologie didattiche	3
Curriculum implementato	3

Cambiamenti su obiettivi delle consegne e attività didattiche

Alcuni insegnanti dicono di aver potenziato le attività volte a migliorare le capacità di problem solving.

Es: "Ho imparato a dare maggiore spazio alle strategie risolutive ed ai processi e collegamenti logici di pensiero di ciascun alunno cercando di attivare , il più possibile, un apprendimento significativo [....]"

Cambiamenti su struttura delle consegne e valutazione

In questi casi gli insegnanti scrivono che hanno usato compiti presi delle prove INVALSI passate, o compiti simili, o introducono test standardizzati nella valutazione in classe. Alcuni insegnanti organizzano anche simulazioni di test INVALSI.

Cambiamenti nelle metodologie didattiche

In questi casi, gli insegnanti affermano di aver iniziato a usare più esempi di applicazione della matematica alla realtà per introdurre e spiegare concetti matematici..

Cambiamenti nel curriculum implementato

Gli insegnanti dichiarano di aver cambiato l'ordine, la selezione o il livello di consolidamento di alcuni contenuti. Si concentrano sul fatto che devono spiegare gli argomenti inclusi nelle prove INVALSI o rivederli per preparare adeguatamente gli studenti.

Es: "Cerco di spiegare brevemente tutti gli argomenti che sono richiesti nei test. Per esempio, non ero solito insegnare la probabilità, ora cerco almeno di menzionarla [....] "

Primi risultati

La maggior parte degli insegnanti intervistati dichiara di aver modificato in qualche modo le sue pratiche sotto l'influenza delle prove INVALSI.

Inoltre riconosce che i questi INVALSI sono in linea con le Indicazioni Nazionali e dichiara che questi quesiti possono essere utilizzati o modificati per una valutazione in classe.






Le critiche sui test INVALSI sembrano riguardare principalmente il tipo di somministrazione, non sul tipo di quesiti proposti.

Gli insegnanti come possono usare i quesiti delle prove INVALSI di matematica?

Selezionare i quesiti che propongono **situazioni problematiche** che possono essere esplorate in classe in attività laboratoriali focalizzando l'attenzione sulla condivisione di **diverse possibili strategie risolutive**

Archivio prove Invalsi

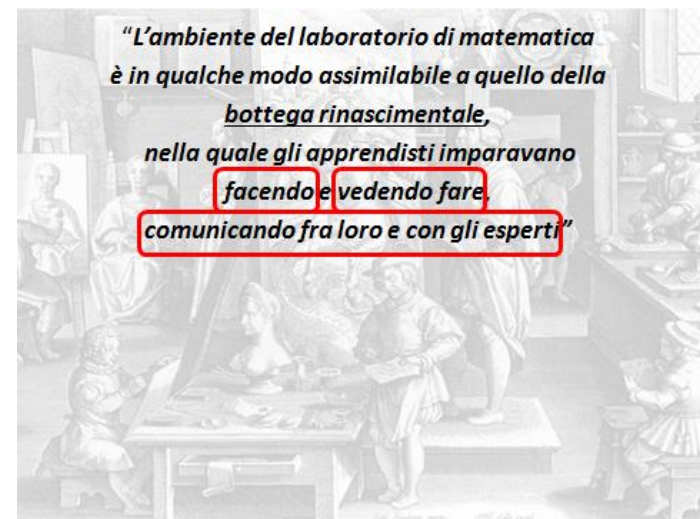
<http://www.gestinv.it/>

Informazioni	Matematica	Italiano
 <p>Cosa è Gestinv Novità e aggiornamenti della versione 2.0.</p>	 <p>Prove di Matematica Banca dati dei risultati delle Prove Invalsi di Matematica: 28 prove tenutesi dal 2008 al 2015 (1124 domande e relative risposte).</p>	 <p>Prove di Italiano Presto on line la banca dati delle prove Invalsi di Italiano.</p>
 <p>ForMath</p>	 <p>cia Cervelli in Azione</p>	
Utilità		

Gli insegnanti come possono usare i quesiti delle prove INVALSI di matematica?

Selezionare i quesiti che propongono **situazioni problematiche** che possono essere esplorate in classe in attività laboratoriali focalizzando l'attenzione sulla condivisione di **diverse possibili strategie risolutive**

Focus sui **processi** e
non solo sui prodotti
(corretti o errati che siano)



Laboratorio di matematica

Nelle Indicazioni Nazionali per il primo ciclo d'istruzione:

In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. (p.49)

Pavia, 2019

Dall'analisi dei quesiti alle attività nelle classi

Quali informazioni
possono dare?
Come le possiamo
usare?



PROVE

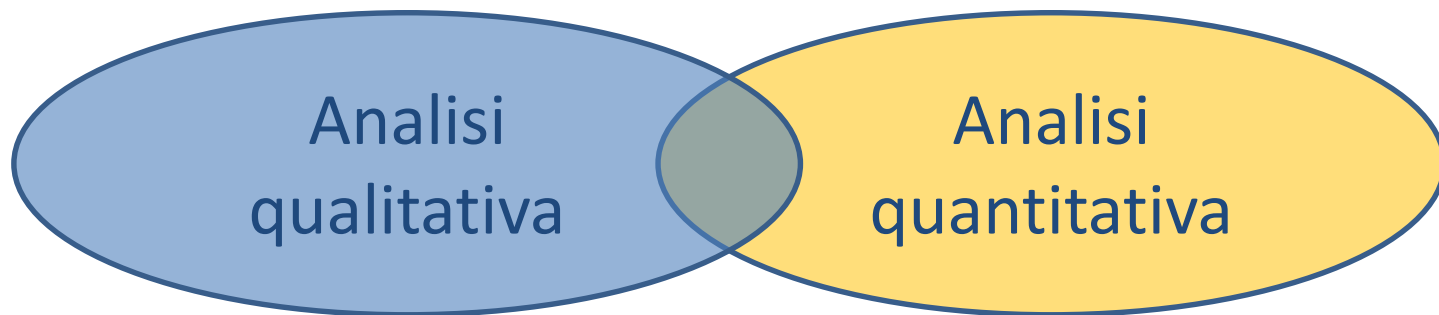


GUIDE



Progettare e sviluppare nuove attività didattiche che tengano conto delle analisi qualitative e dei risultati statistici di alcuni quesiti

(Martignone, 2016, 2017)



Legami tra quesiti di gradi diversi

Dalla primaria alla secondaria

Progetto:

Un approccio longitudinale per l’analisi delle prove INVALSI di matematica: cosa ci può dire sugli studenti in difficoltà?

Il gruppo di ricerca:

**Giorgio Bolondi, Laura Branchetti, Federica Ferretti,
Alice Lemmo, Andrea Maffia, Francesca Martignone
Mariagiulia Matteucci, Stefania Mignani, George Santi**

Branchetti, L., Ferretti, F., Lemmo, A., Maffia, A., Martignone, F., Matteucci, M. & Mignani, S. (2015).

Bolondi, G., Branchetti, L., Ferretti, F., Lemmo, A., Maffia, A., Martignone, F., Matteucci, M., Mignani, S. & Santi, G. (2016)

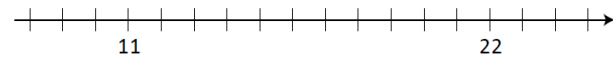
Obiettivi del progetto di ricerca

**Produrre chiavi di lettura
delle prove INVALSI di Matematica e
dei risultati restituiti dal campione nazionale**

**Individuare situazioni di difficoltà legate a
contenuti fondamentali (in verticale)
nell'insegnamento - apprendimento della
matematica**

Grado 02 D12 (2014)

D12. Su questa linea sono stati già scritti alcuni numeri.

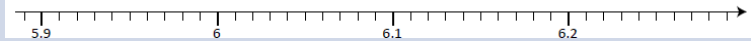


Scrivi sulla linea al posto giusto i numeri 9, 16 e 25.

Grado 05 D6 (2014)

D6. Collega con una freccia il numero nel riquadro alla tacca corrispondente sulla linea dei numeri.

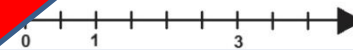
6,02



Grado 06 D8 (2011)

Posseggi i seguenti numeri:

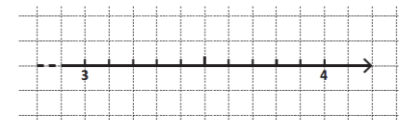
2,5 $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{10}$



Grado 08 D7 (2014)

Scrivi nei riquadri i seguenti numeri in ordine dal più piccolo al più grande:

π ; $\sqrt{16}$; 3,60; $\frac{335}{100}$



b. Ora collega con una freccia i numeri che hai scritto nei riquadri con la loro posizione approssimata sulla retta.

Grado 10 D7 (2016)

D7. Di tre numeri reali a , b e c non si conosce il valore; si sa, però, che la loro posizione sulla retta numerica è la seguente:



Basandoti sulla figura, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

	V	F
a. $-a > c$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b. $\frac{1}{c} < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c. $\sqrt{-a} > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d. $a + c < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Retta dei numeri

Analisi di quesiti INVALSI per la scuola secondaria

Analisi a priori

Individuare le competenze richieste e collegamenti colle Indicazioni Nazionali

Discutere i punti di forza e critici del compito o del testo (rispetto a diversi obiettivi)

Esplicitare le diverse possibili strategie risolutive e errori e difficoltà degli studenti

Fare delle proposte di variazioni del compito o del testo.

**Analisi a priori che si può svolgere per qualsiasi problema.
Le prove INVALSI hanno in più la possibilità di vedere quali sono stati i risultati statistici su scala nazionale.**



Paolo acquista una tessera che consente l'ingresso a prezzo ridotto per un anno a un cinema della sua città. Il costo della tessera è di 12 euro e permette di pagare il biglietto di ingresso solo 5 euro per ogni spettacolo.

- a. Completa la seguente tabella, dove n è il numero degli spettacoli e S il costo complessivo della tessera e dei biglietti di ingresso.

n (numero di spettacoli)
0
1
2
3
4
5

- c. Osserva ora i grafici seguenti.

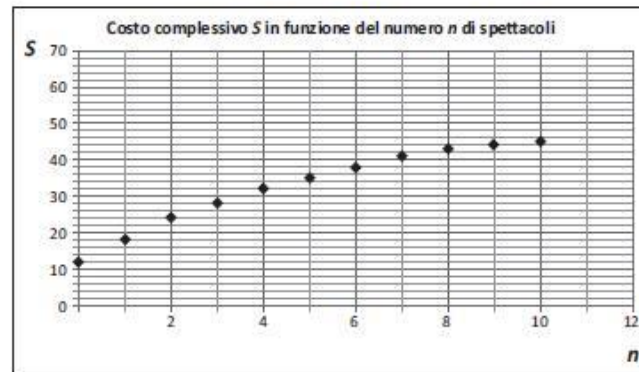


Grafico 1



Grafico 2

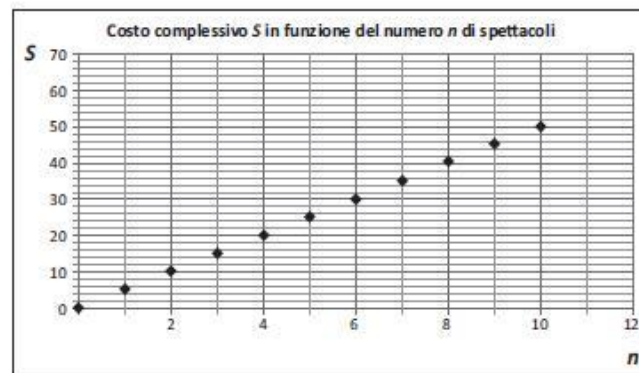


Grafico 3

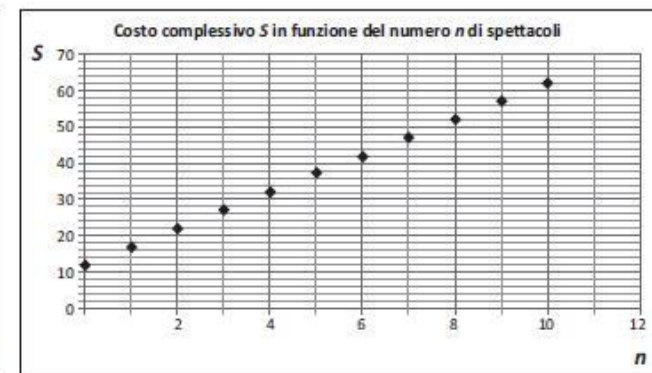


Grafico 4

- b. Quale fra le seguenti formule del numero n di spettacoli?

- A. ☐ $S = 12 + 5n$
 B. ☐ $S = 12 + 5$
 C. ☐ $S = 12 + n$
 D. ☐ $S = 12n + 5n$

Quale grafico rappresenta come varia il costo complessivo S al variare del numero n di spettacoli?

E17. Paolo acquista una tessera che consente l'ingresso a prezzo ridotto per un anno a un cinema della sua città. Il costo della tessera è di 12 euro e permette di pagare il biglietto di ingresso solo 5 euro per ogni spettacolo.

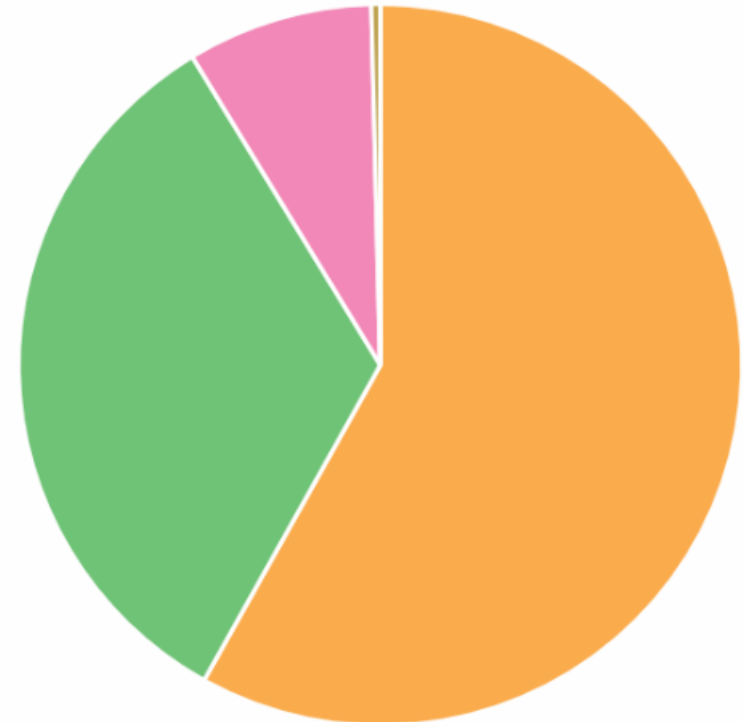
- a. Completa la seguente tabella, dove n è il numero degli spettacoli e S il costo complessivo della tessera e dei biglietti di ingresso.

n (numero di spettacoli)	S (costo complessivo in euro)
0	12
1
2
3
4
5

- b. Quale fra le seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo del numero n di spettacoli?

- A. ☐ $S = 12 + 5n$
 B. ☐ $S = 12 + 5$
 C. ☐ $S = 12 + n$
 D. ☐ $S = 12n + 5n$

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 58.1%
- Risposte errate 33.2%
- Risposte Mancate 8.3%
- Altre non valide. 0.4%

E17. Paolo acquista una tessera che consente l'ingresso a prezzo ridotto per un anno a un cinema della sua città. Il costo della tessera è di 12 euro e permette di pagare il biglietto di ingresso solo 5 euro per ogni spettacolo.

- a. Completa la seguente tabella, dove n è il numero degli spettacoli e S il costo complessivo della tessera e dei biglietti di ingresso.

n (numero di spettacoli)	S (costo complessivo in euro)
0	12
1
2
3
4	
5	

- b. Quale fra le seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo S in funzione del numero n di spettacoli?

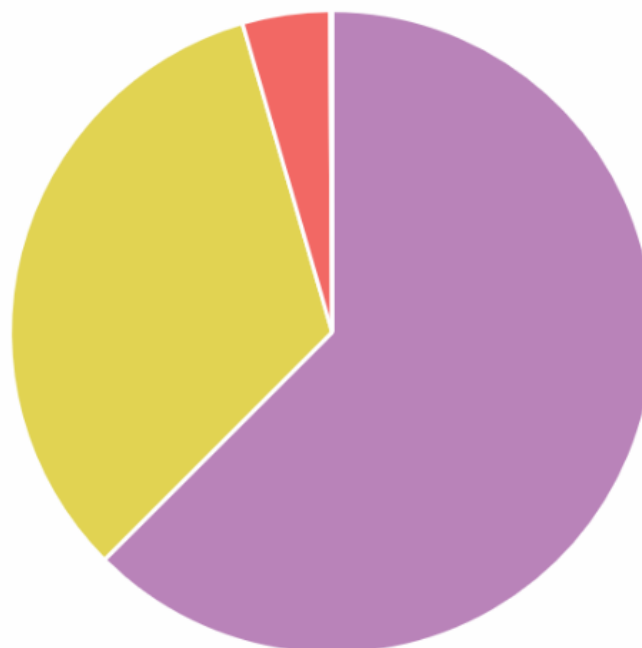
A. ☐ $S = 12 + 5n$

B. ☒ $S = 12 + 5$

C. ☒ $S = 12 + n$

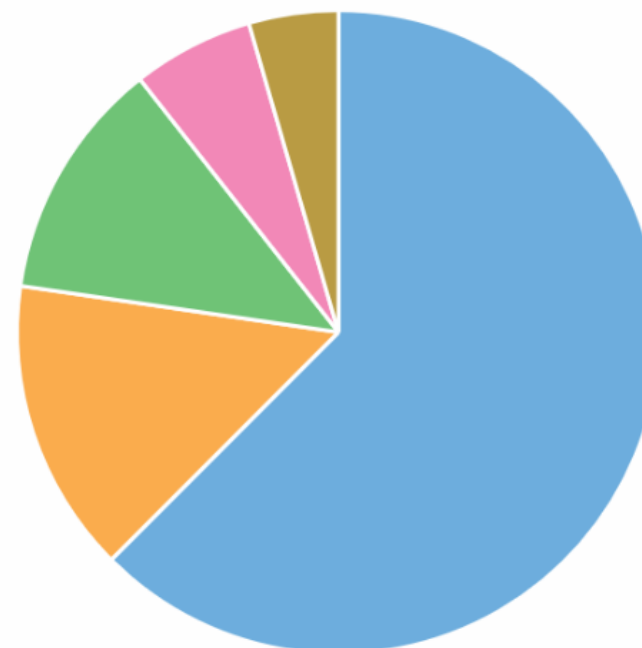
D. ☐ $S = 12n + 5n$

Percentuali nazionali



■ Risposte corrette 62.5%
 ■ Risposte errate 33%
■ Risposte Mancate 4.4%
■ Altre non valide. 0.1%

Domande a risposta multipla



■ Risposta A 62.5%
 ■ Risposta B 14.8%
■ Risposta C 12.1%
 ■ Risposta D 6.1%
■ Mancate e non valide 4.5%

c. Osserva ora i grafici seguenti.

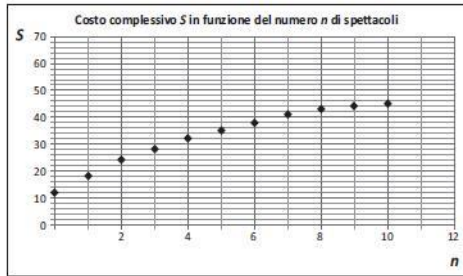


Grafico 1



Grafico 2

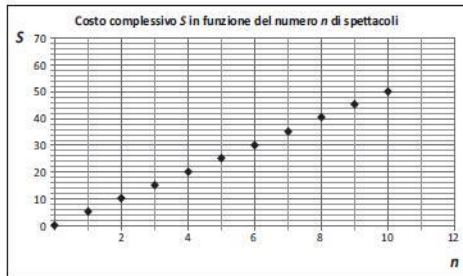
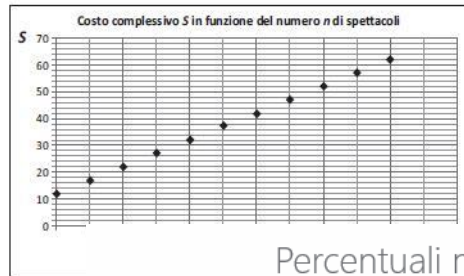
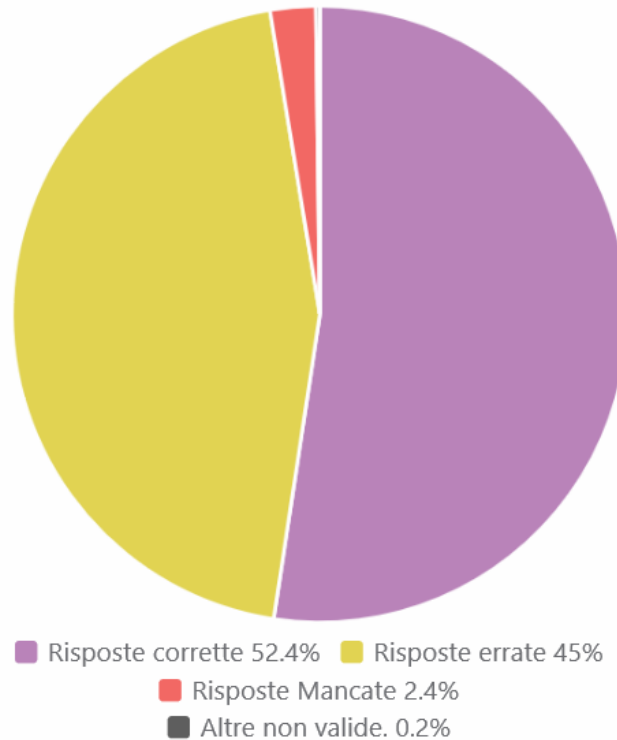


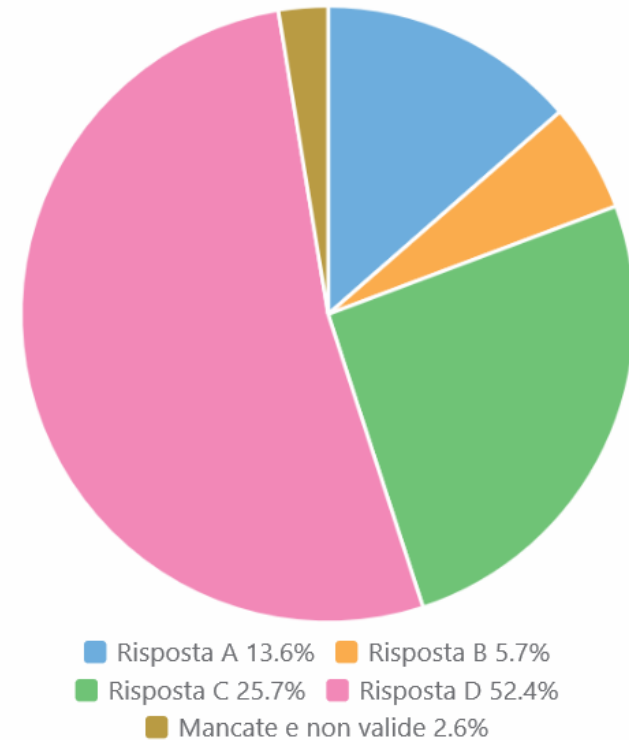
Grafico 3



Percentuali nazionali



Domande a risposta multipla



Quale grafico rappresenta come varia il costo cc spettacoli?

- A. ☐ Grafico 1
 B. ☐ Grafico 2
 C. ☐ Grafico 3
 D. ☐ Grafico 4

Domanda

Un foglio di carta dello spessore di 0,01 cm viene tagliato in due e i due pezzi sono messi uno sopra l'altro. I due pezzi di carta sovrapposti sono a loro volta tagliati in due e disposti a formare una pila di 4 pezzi e così via.



Una delle seguenti formule esprime lo spessore s (in cm) della pila al variare del numero n di tagli fatti. Quale?

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

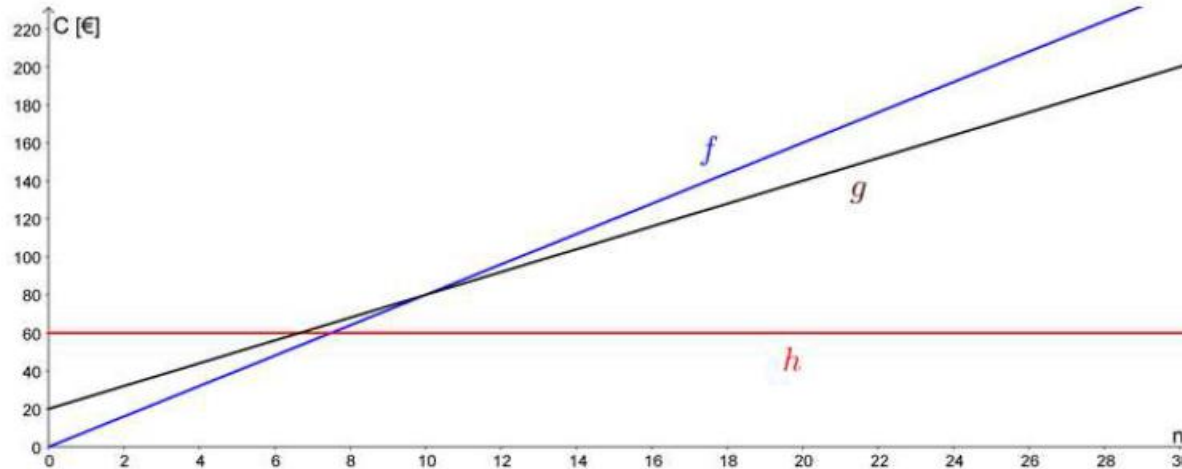
- A ☒ $s = 0,01 \cdot 2^n$
- B ☐ $s = 0,01 \cdot 2 \cdot n$
- C ☐ $s = 0,01 \cdot 2 \cdot n^2$
- D ☐ $s = 0,01 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Domanda

Una sala cinematografica propone le tre seguenti opzioni, valide per il mese di dicembre.

- **Opzione 1:** acquisto di una tessera personale mensile da 60 € che dà diritto a un numero illimitato di ingressi nella sala, senza ulteriori costi.
- **Opzione 2:** acquisto di un biglietto al costo di 8 € per ogni ingresso nella sala.
- **Opzione 3:** acquisto di una tessera personale mensile al costo di 20 € che dà diritto a uno sconto del 25% sul costo del biglietto di 8 €, per ogni ingresso nella sala.

In figura sono riportati i grafici che rappresentano il costo C in euro [€] in funzione del numero n di ingressi in sala per ciascuna delle tre opzioni.



Domanda 1/2

Associa a ogni grafico l'opzione corrispondente.

Per rispondere alla domanda scegli un'alternativa da ciascun menu a tendina.

Grafico f

select a choice

Grafico g

select a choice

Grafico h

select a choice

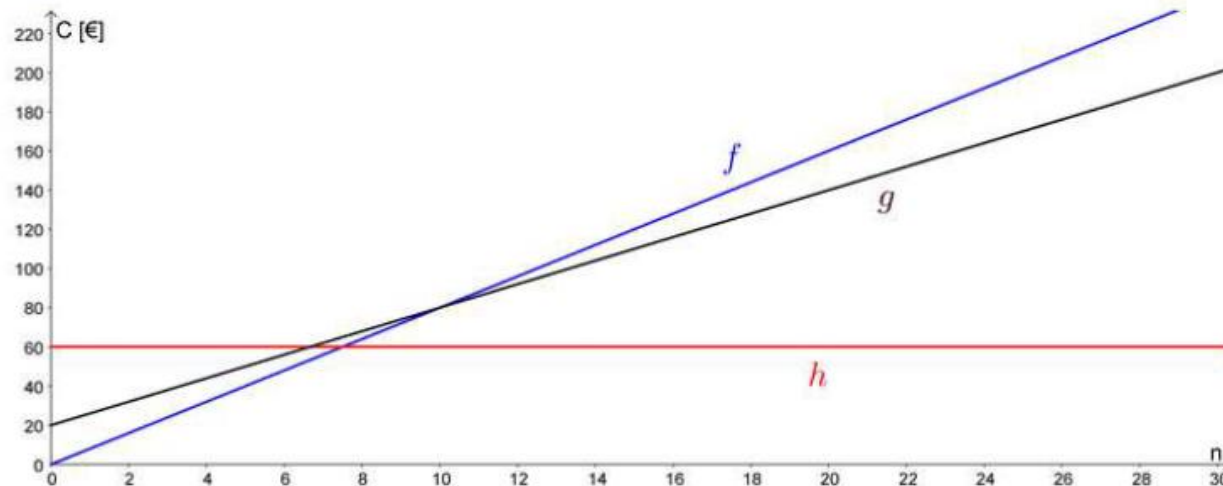
Risposta corretta: Opzione 2 - Opzione 3 - Opzione 1 (in questo ordine)

Domanda

Una sala cinematografica propone le tre seguenti opzioni, valide per il mese di dicembre.

- **Opzione 1:** acquisto di una tessera personale mensile da 60 € che dà diritto a un numero illimitato di ingressi nella sala, senza ulteriori costi.
- **Opzione 2:** acquisto di un biglietto al costo di 8 € per ogni ingresso nella sala.
- **Opzione 3:** acquisto di una tessera personale mensile al costo di 20 € che dà diritto a uno sconto del 25% sul costo del biglietto di 8 €, per ogni ingresso nella sala.

In figura sono riportati i grafici che rappresentano il costo C in euro [€] in funzione del numero n di ingressi nella sala per ciascuna delle tre opzioni.



Domanda 2/2

Qual è il numero n di ingressi per cui il costo dell'Opzione 3 è uguale a quello dell'Opzione 2?

Fai riferimento al grafico e ai dati a sinistra e digita la risposta alla domanda.

Risposta: $n =$ ingressi

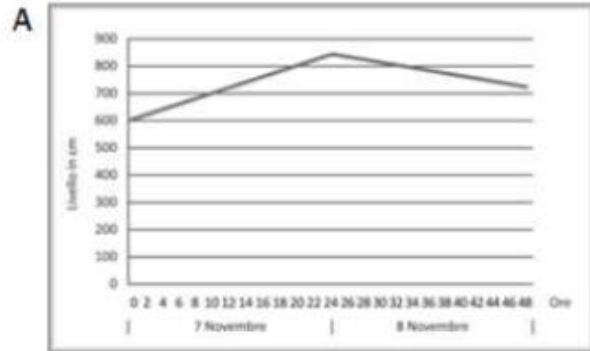
Domanda

Il giorno 7 novembre il livello dell'acqua di un fiume è aumentato di circa 10 cm all'ora per tutte le 24 ore.

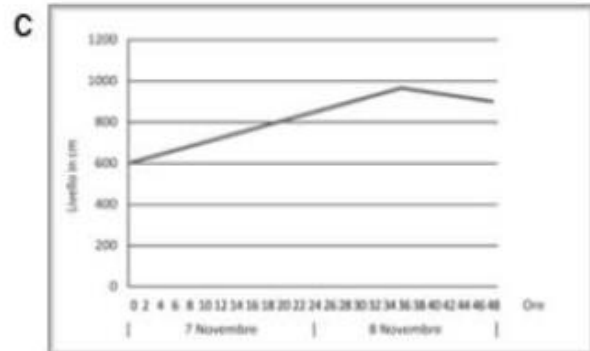
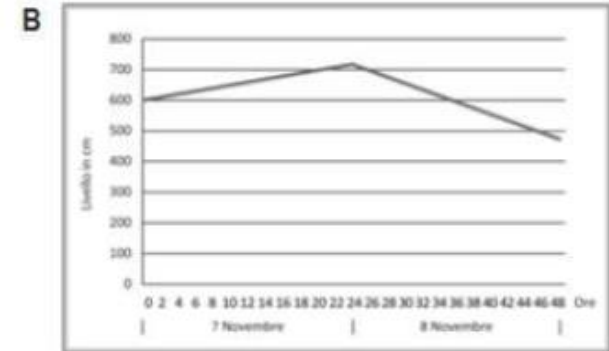
Il giorno successivo, il livello dell'acqua è diminuito di circa 5 cm all'ora per tutte le 24 ore.

Quale tra i seguenti grafici può rappresentare la situazione descritta?

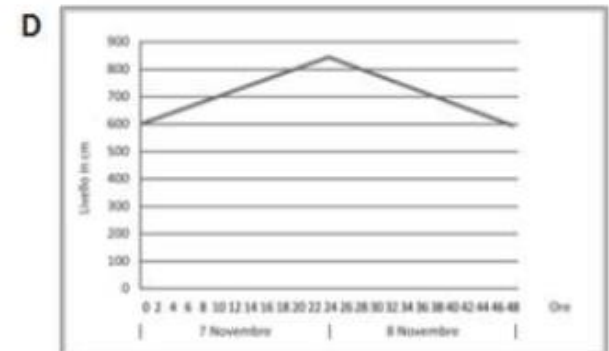
Per rispondere clicca su una delle alternative.



○



○



Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	Costo variabile	
	per i primi 100 km	oltre 100 km fino a 300 km
20 euro	0,65 euro al km	0,4 euro al km

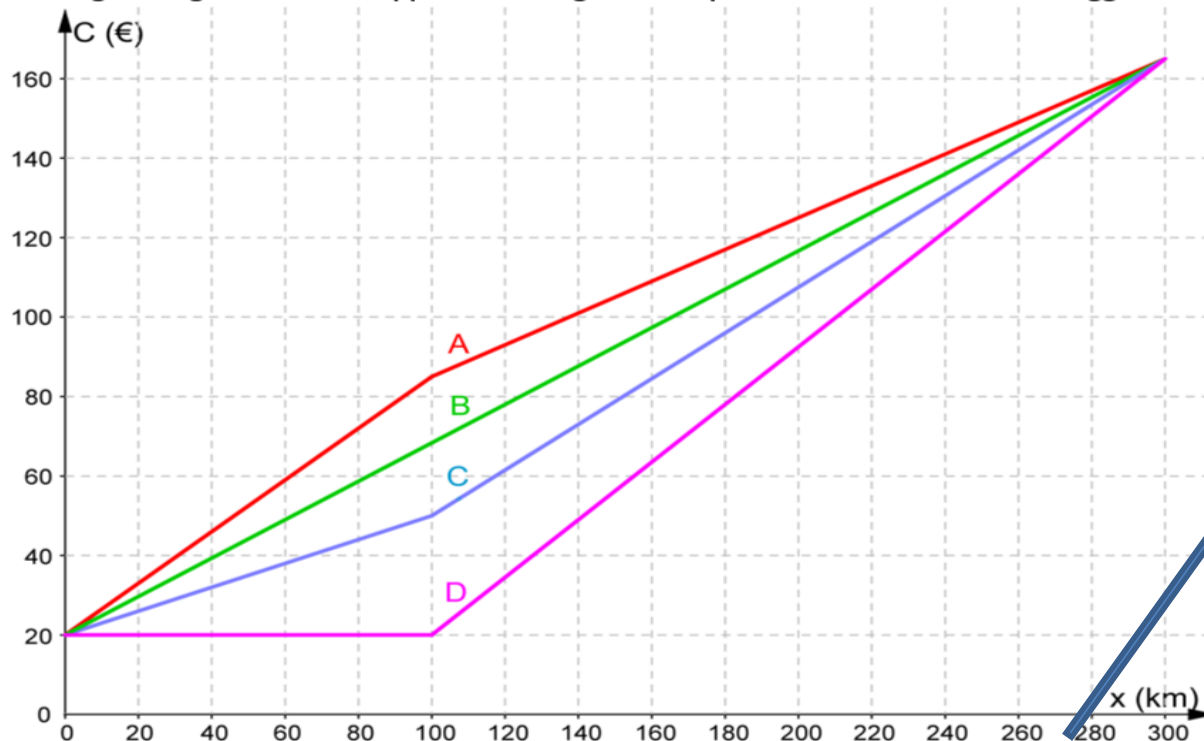
Domanda somministrata a un campione di 442 studenti delle classi di LNS e ITT

G13

a. Alessandro noleggia un'auto e percorre 100km. Quanto spende?

Risposta: €

b. Nella figura seguente sono rappresentati i grafici di quattro contratti di autonoleggio.



Risposte errate	33,71%
Risposte corrette	61,99%
Risposte mancanti	4,3%

A	51,36%
B	18,64%
C	12,5%
D	12,73%
Risposte mancanti	4,77%

Scegli quello che corrisponde alla proposta del comune.

- ☐ Grafico A
- ☐ Grafico B
- ☐ Grafico C

D4. Per frequentare una palestra Paolo deve pagare quest'anno una quota fissa di 60 euro e 5 euro per ogni ingresso.

a. Quale fra i seguenti grafici descrive il costo C (in euro) della palestra in funzione del numero n di ingressi?

Grafico 1

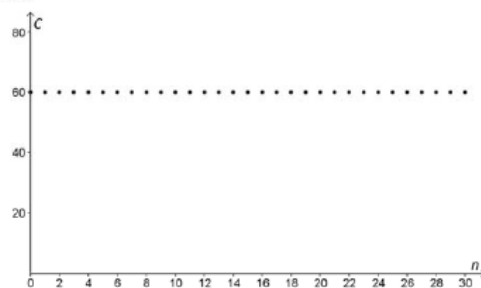


Grafico 3

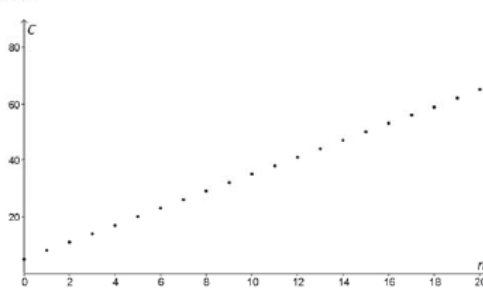


Grafico 2

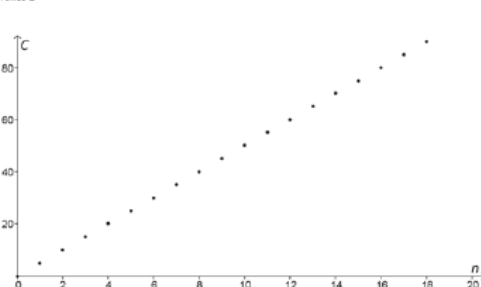
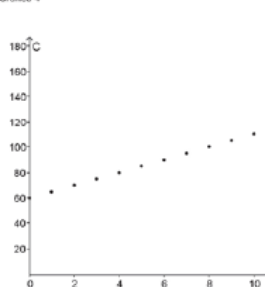


Grafico 4



- A. ☐ Grafico 1
 B. ☐ Grafico 2
 C. ☐ Grafico 3
 D. ☐ Grafico 4

b. Paolo ha a disposizione 200 euro. Se si iscrive alla palestra, quali ingressi a cui ha diritto quest'anno?

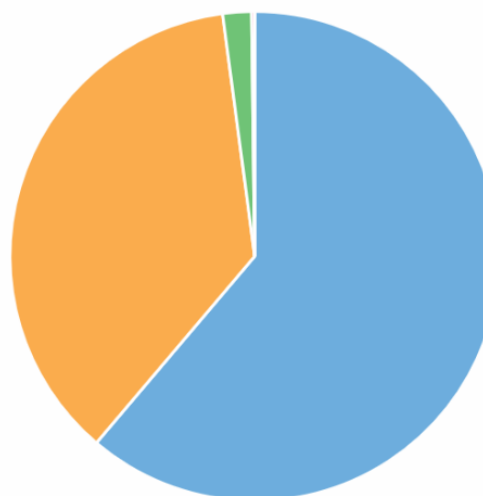
Risposta:

c. Completa la formula che esprime il costo C della palestra in funzione degli ingressi.

$C = \dots\dots\dots$

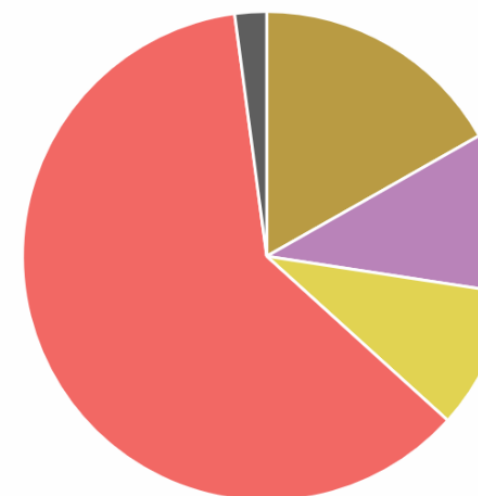
Domanda a

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 61.2%
 ■ Risposte errate 36.7%
 ■ Risposte Mancate 1.9%
 ■ Altre non valide 0.2%

Domande a risposta multipla



- Risposta A 16.8% ■ Risposta B 10.6%
 ■ Risposta C 9.3% ■ Risposta D 61.2%
 ■ Mancate e non valide 2.1%

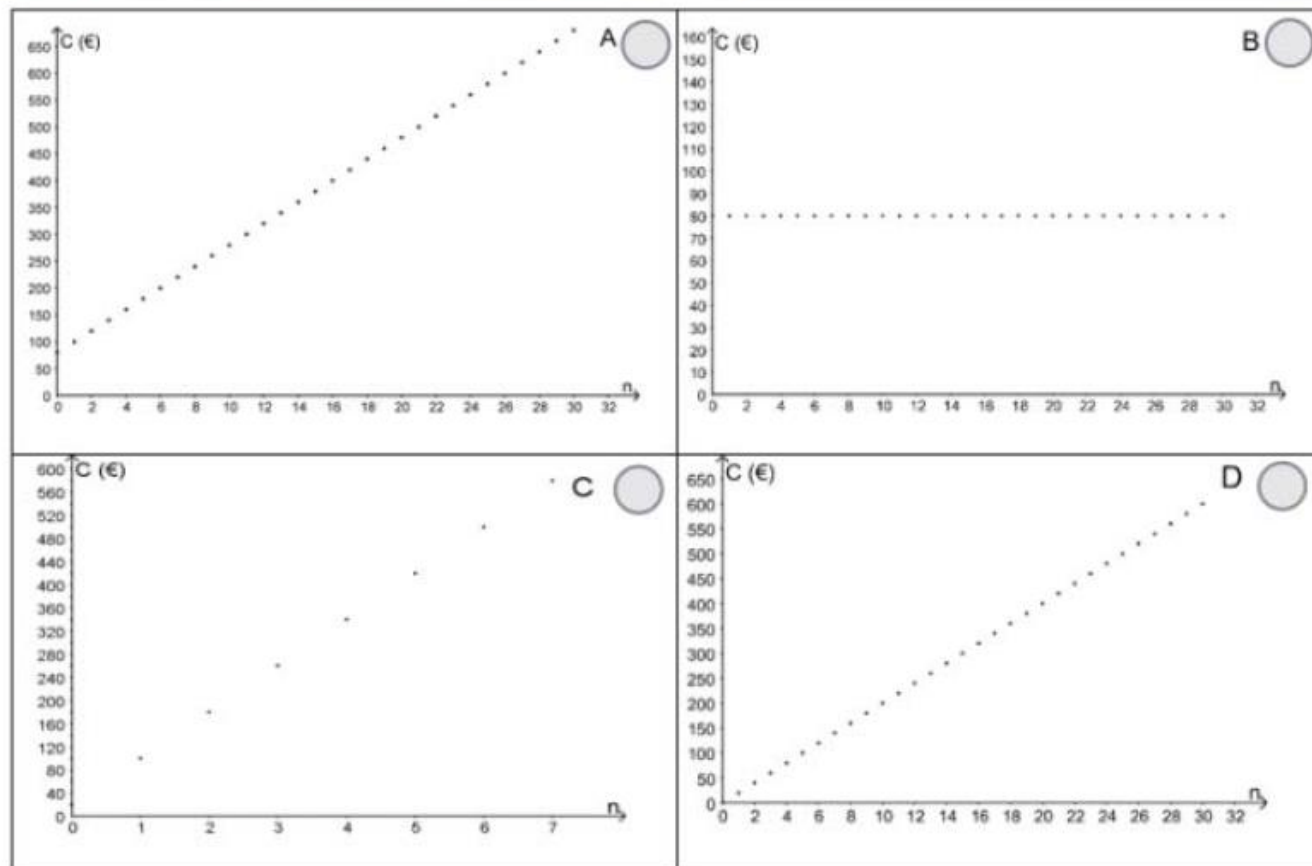
Domanda

Per frequentare un centro ippico Arianna deve pagare una quota associativa annua di 80 € e 20 € per ogni lezione di equitazione.

Domanda 1/3

Quale fra i seguenti grafici descrive il costo annuo complessivo C (in €) in funzione del numero n di lezioni?

Per rispondere clicca su una delle alternative. Se ti accorgi di aver sbagliato, devi prima deselectzionare la risposta scelta e poi cliccare con il mouse sul pallino accanto alla risposta che ritieni corretta.



D1. Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge $N(t) = 2^{2t}$ fornisce il numero di batteri N in milioni, in funzione del tempo t , espresso in ore.

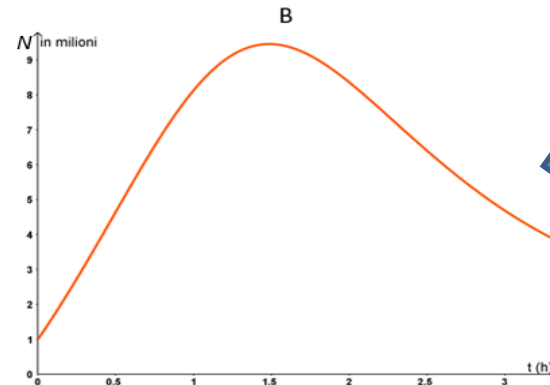
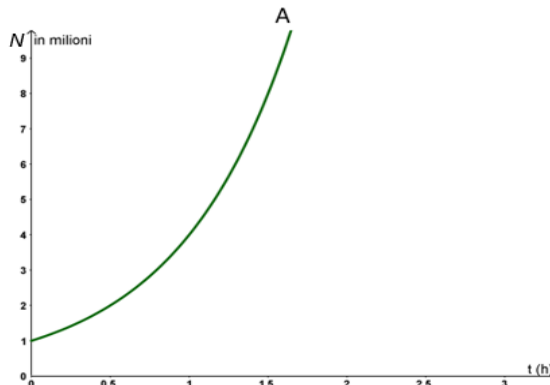
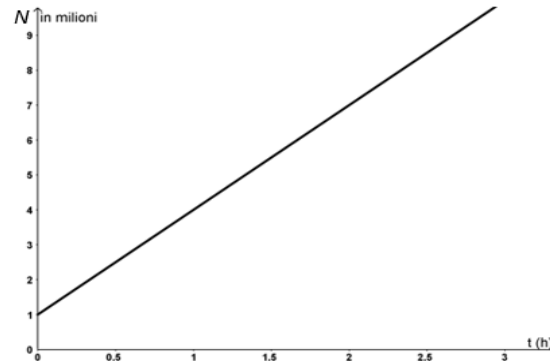
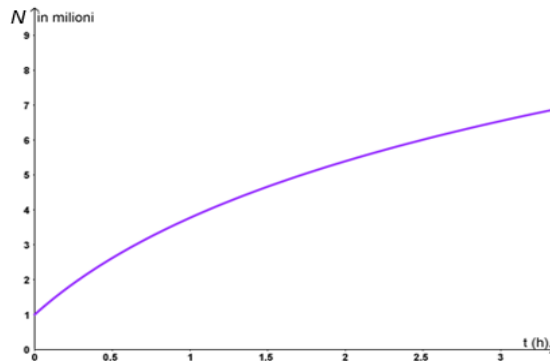
a. Completa la tabella:

t (h)	Numero N di batteri (in milioni)
0	1
0,5
1	4
1,5	8
2
2,5

b. Dopo quanto tempo, la popolazione di batteri sarà composta da 256 milioni di individui?

Risposta: ore

c. Quale dei seguenti grafici può rappresentare la popolazione N in funzione del tempo t ?



Domanda somministrata a un campione di 483 studenti delle classi quinte di LS, LNS e ITT

G13

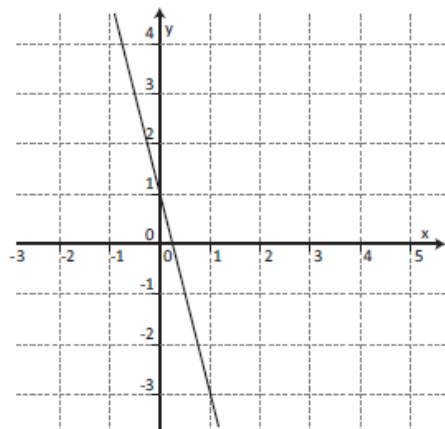
Risposte errate	21,33%
Risposte corrette	61,9%
Risposte mancanti	16,77%

Risposte errate	36,23%
Risposte corrette	35,82%
Risposte mancanti	27,95%

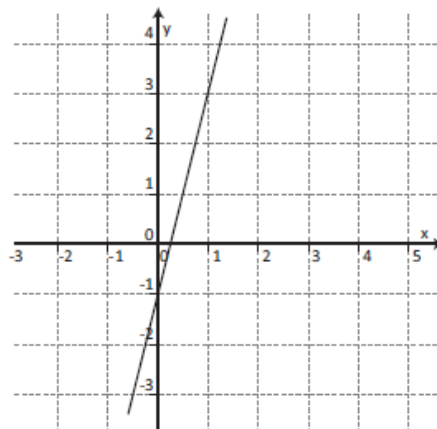
A	5,59%
B	20,5%
C	62,94%
D	2,48%
Mancata risposta	8,49%

(Banchelli & Chimetto, 2018)

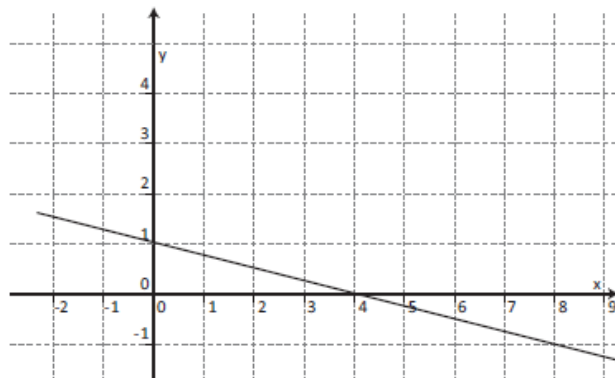
D5. Uno dei seguenti grafici rappresenta la funzione definita da $y = 1 - 4x$ nell'insieme dei numeri reali. Quale?



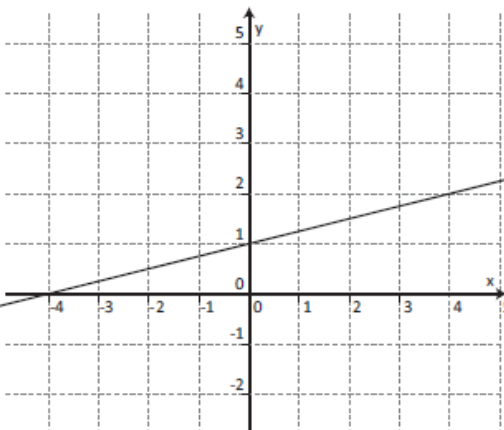
A. ☐



B. ☐

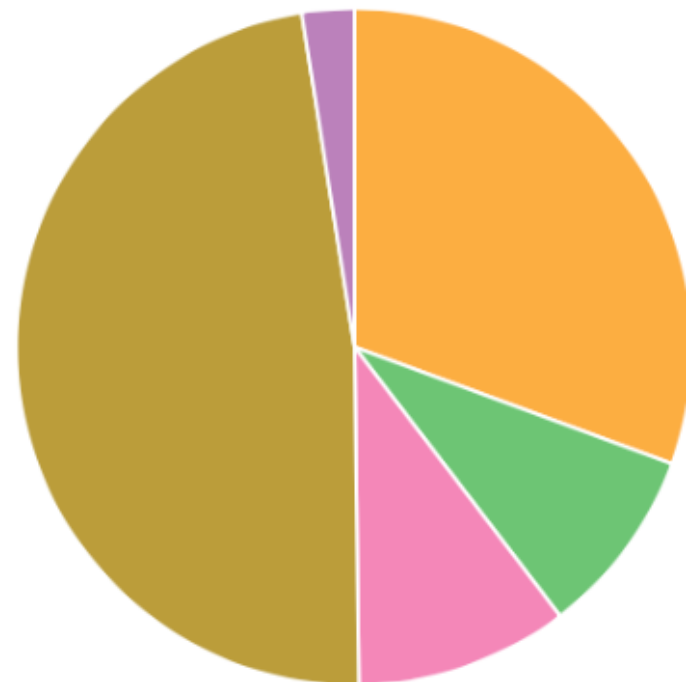


C. ☐



D. ☐

Domande a risposta multipla



■ Risposta A 30.6%
 ■ Risposta B 9%
 ■ Risposta C 10.2%
 ■ Risposta D 47.7%
 ■ Mancate e non valide 2.5%

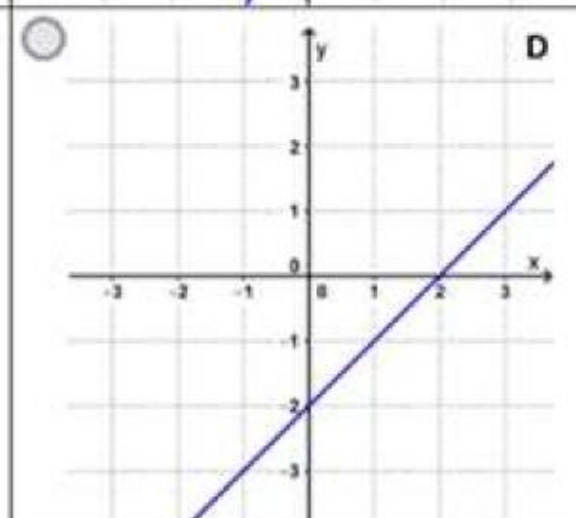
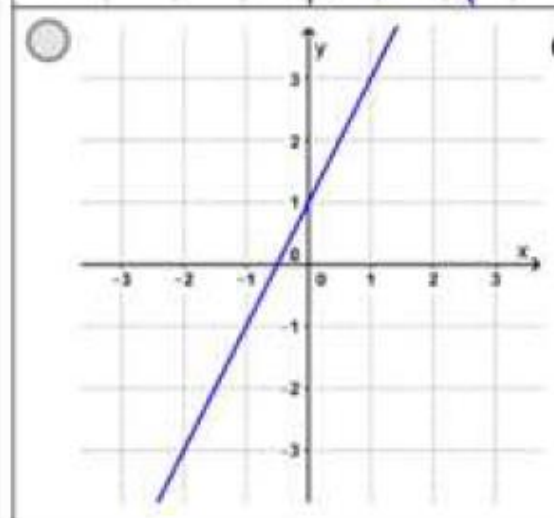
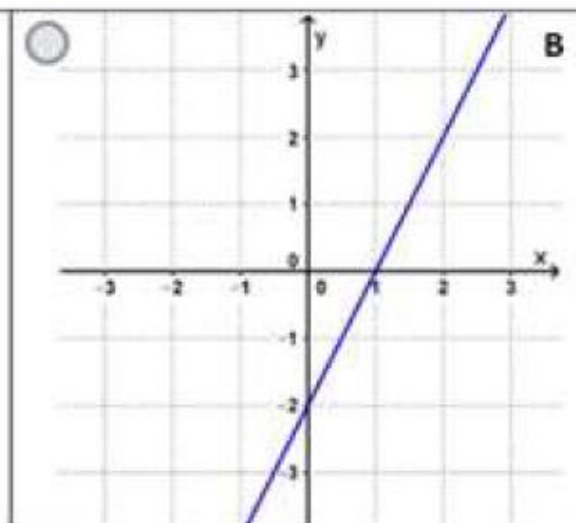
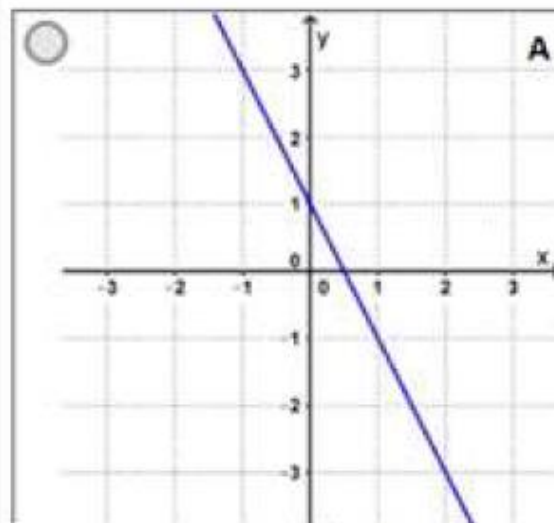
Domanda

Considera la funzione definita da:

$$y = -2x + 1$$

Quale dei seguenti grafici può rappresentare questa funzione?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

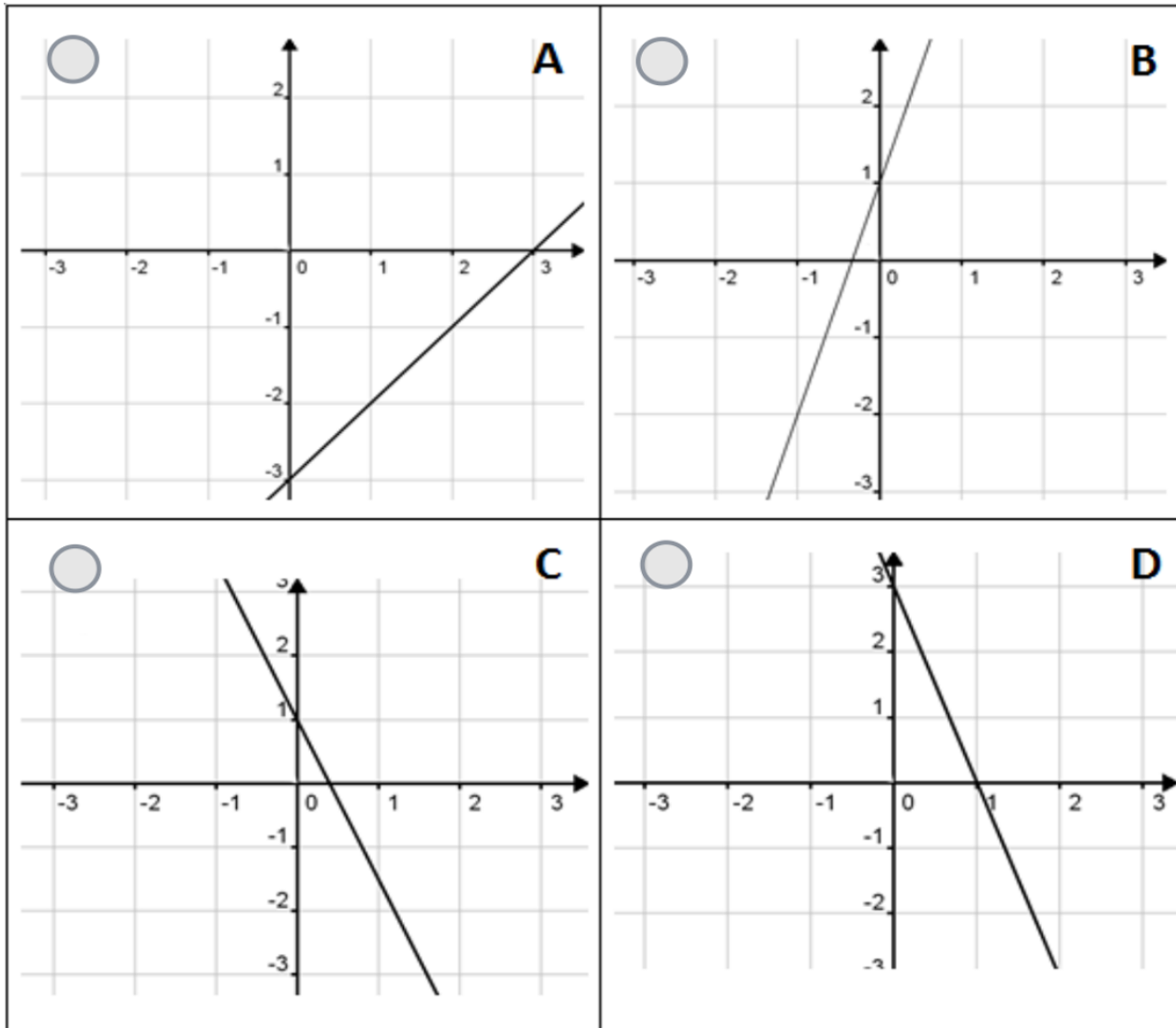


Domanda somministrata a un campione di 604 studenti delle classi quinte di LNS, ITT e PRF.

G13

Considera la funzione definita da $y = 3x + 1$.

Quale dei seguenti grafici può rappresentare questa funzione?



A	14,24%
B	43,21%
C	12,58%
D	23,18%
Risposte mancanti	6,79%

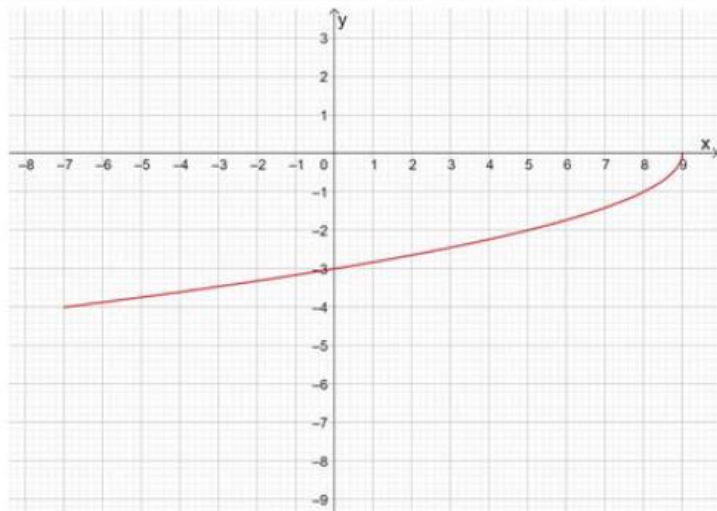
La funzione f ha le seguenti proprietà:

- è definita per ogni numero reale maggiore o uguale a -7 e minore o uguale a 9
- assume solo valori negativi o nulli
- il suo grafico incontra gli assi cartesiani nei punti $(9; 0)$ e $(0; -3)$.

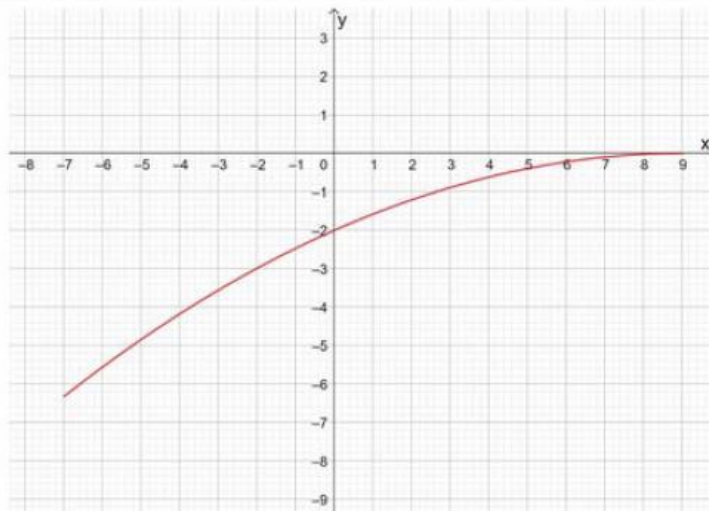
Quale tra i seguenti può essere il grafico della funzione f ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

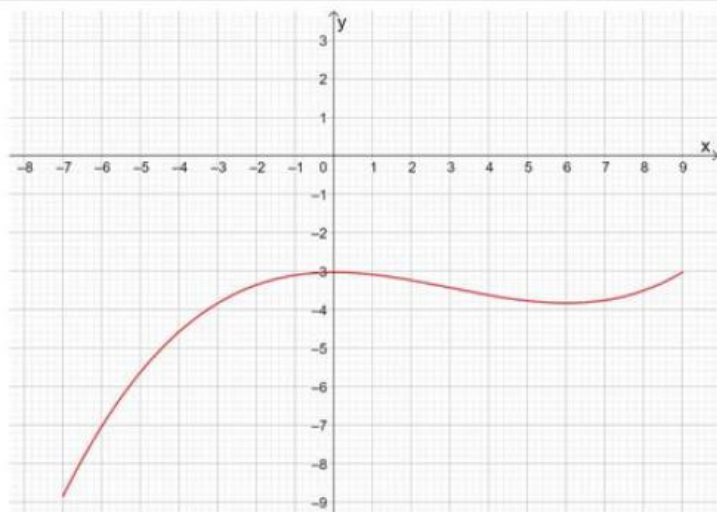
A

☐

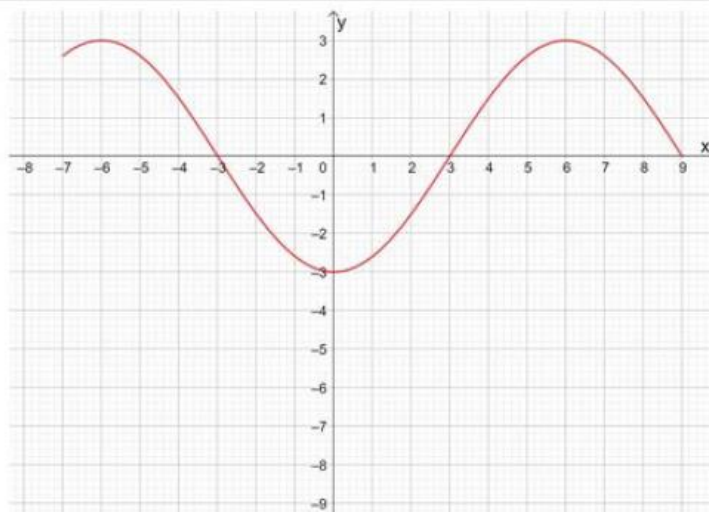
B

☐

C

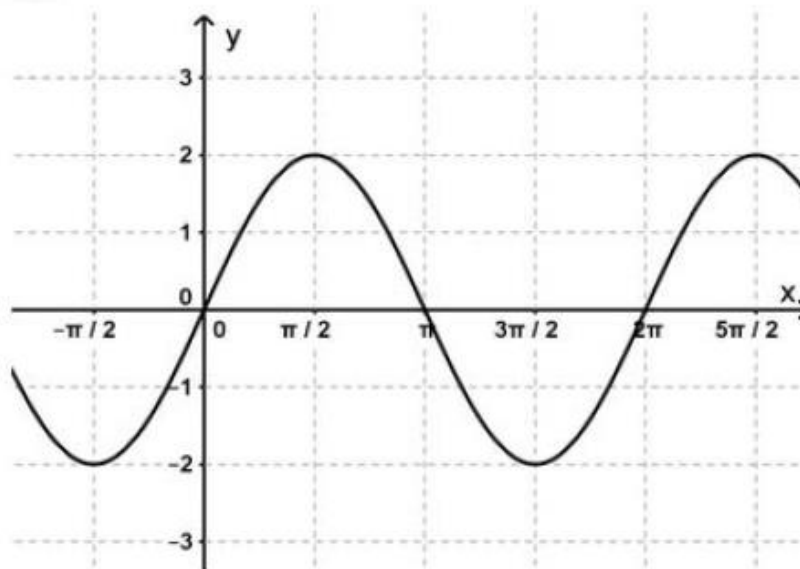
☐

D

☐

Domanda

In figura è rappresentato il grafico di una funzione f .



Quale delle seguenti equazioni può rappresentare f ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A ☐ $f(x) = -\sin(x)$
- B ☐ $f(x) = \sin(x) + 2$
- C ☐ $f(x) = \sin(2x)$
- D ☐ $f(x) = 2\sin(x)$

Questi di diverso «livello»

Grado 8

Numeri

Relazioni e funzioni

Domanda

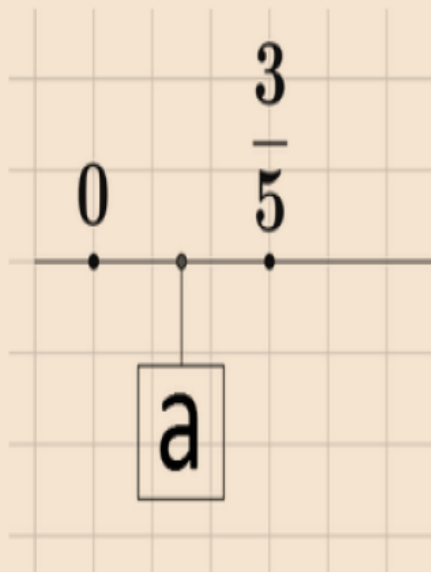
Antonio e Bruno camminano contemporaneamente lungo la linea dei numeri.

Antonio (A) parte da 0 e procede verso destra di $\frac{1}{2}$ a ogni passo.

Bruno (B) parte da 3 e procede verso destra di $\frac{1}{4}$ a ogni passo.

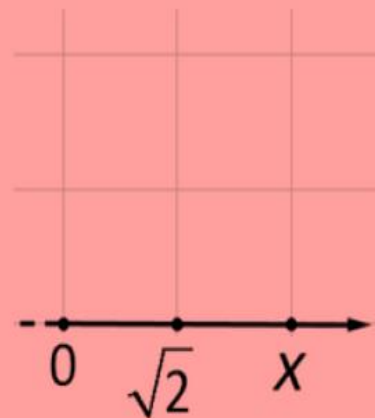
Domanda

Osserva la seguente retta dei numeri.



Domanda

Osserva la seguente retta dei numeri.



Quanto vale x ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A ☐ $x = 2\sqrt{2}$
- B ☐ $x = 2\sqrt{3}$
- C ☐ $x = \sqrt{4}$
- D ☐ $x = \sqrt{2} + 1$

Domanda

Per la manutenzione del sistema di riscaldamento di un condominio un tecnico richiede un compenso fisso di 60 euro, più 40 euro per ogni ora di lavoro.

Quale delle seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo S (in euro) al variare della durata t (in ore) del lavoro svolto?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A ☐ $S = 40t$
- B ☐ $S = 60t$
- C ☐ $S = 40 + 60t$
- D ☐ $S = 60 + 40t$

Domanda

Per una ditta, il costo di ogni fotocopia è 1 centesimo di euro.

La ditta, inoltre, paga un canone mensile fisso di 50 euro per il noleggio della fotocopiatrice.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

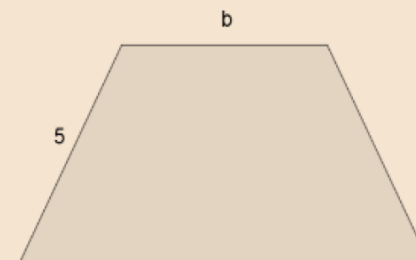
La formula che descrive il costo mensile C (in euro) in funzione del numero n di fotocopie è:

Domanda

In un test sono assegnati 2 punti per ogni risposta corretta, 1 punto per ogni risposta errata e 0 punti per ogni risposta mancante. Il test è costituito da 30 domande.

Domanda

Nel trapezio isoscele in figura la base maggiore è doppia della minore.

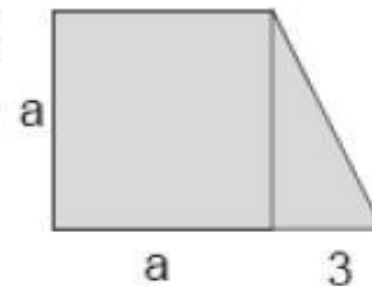


Scrivi una formula che esprima il perimetro p del trapezio in funzione di b .

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: $p =$

D18. Scrivi la formula che esprime come varia l'area A della figura qui di fianco, al variare della lunghezza a .



$A =$ _____

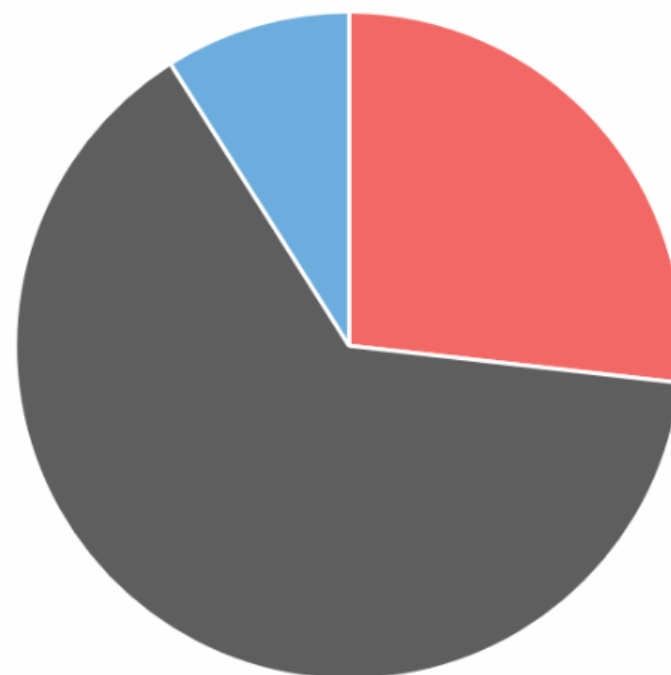
Risposta esatta

$$[(a+3)+a]\frac{a}{2}$$

$$a^2 + \frac{3}{2}a$$

o qualunque espressione algebricamente
equivalente

Percentuali nazionali



Risposte corrette 26.8%

Risposte errate 64.3%

Risposte Mancate 9%

Analisi
qualitativa a
priori e
riflessione
sulle
percettuali di
risposta

Condivisione di
conoscenze sugli
studenti e
sull'insegnamento e
sull'implementazione
del curriculum

Costruzione e
condivisione
tra docenti di
diversi gradi di
quesiti in
verticale

Progettazione di
attività di lungo
termine e produzione
di materiali didattici
per le attività in classe

Attività
laboratoriali
analisi a
posteriori
condivisa

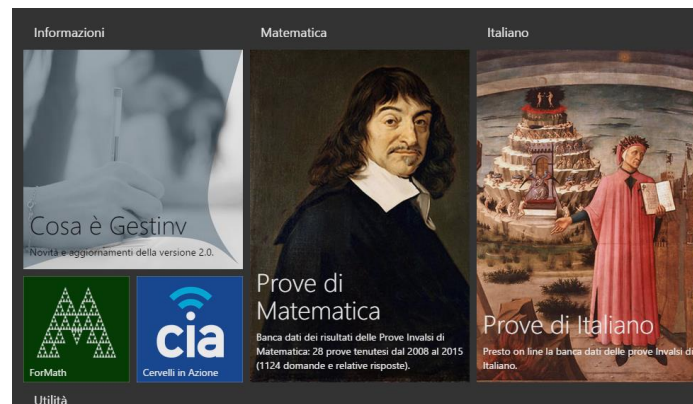
Attività in classe,
raccolta e analisi di
materiali

Quesiti INVALSI di Matematica presentati come esempi

[file:///C:/Users/Francy/Desktop/Seminario%20Mathesis%20Pavia%202019/Grado 13 Prova Matematica.pdf](file:///C:/Users/Francy/Desktop/Seminario%20Mathesis%20Pavia%202019/Grado%2013%20Prova%20Matematica.pdf)

<http://www.gestinv.it/>

[https://INVALSI-areaprove.cineca.it/docs/2019/Esempi domande grado 13.pdf](https://INVALSI-areaprove.cineca.it/docs/2019/Esempi_domande_grado_13.pdf)



Alcuni articoli pubblicati su riviste o atti di convegni

Banchelli, S. & Chimetto, M. (2018). Verso le prove Invalsi nella classe V secondaria di II grado, IMSI, 41, 259-281

Branchetti, L., Ferretti, F., Lemmo, A., Maffia, A., Martignone, F., Matteucci, M. & Mignani, S. (2015). A longitudinal analysis of the Italian national standardized mathematics tests. *Proceedings of the 9th Conference of European Research in Mathematics Education*, (pp. 1695-1701) Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME. ISBN 978-80-7290-844-8

Bolondi, G., Branchetti, L., Ferretti, F., Lemmo, A., Maffia, A., Martignone, F., Matteucci, M., Mignani, S. & Santi, G. (2016). Un approccio longitudinale per l'analisi delle prove INVALSI di matematica: cosa ci può dire sugli studenti in difficoltà? Falzetti P. (Ed). *Concorso di idee per la ricerca*, (pp. 81-102). Cleup. ISBN 9788867875788

Ferretti, F., Lemmo, A. & Maffia, A. (2016). Confrontare decimali e frazioni: analisi delle concezioni degli studenti a partire da una domanda Invalsi. IMSI, 39A, 451-464.

Lemmo, A. Branchetti, L. Ferretti, F. Maffia, A. & Martignone, F. (2015). Students' difficulties dealing with number line: a qualitative analysis of a question from national standardized assessment, *Teaching and learning mathematics: resources and obstacles, Proceedings of CIEAEM 67*, Quaderni di ricerca didattica, 25-2, 143-150. ISSN 1592-4424

Martignone, F. (2016). Un'attività di formazione per insegnanti di scuola secondaria di primo grado: analisi di prove Invalsi di matematica. *Form@re-Open Journal per la Formazione in Rete*. 16, 1, 70-86

Martignone, F. (2016). Cosa ci possono dire e come possiamo usare le prove Invalsi di matematica? *La matematica e la sua didattica, Convegno del trentennale*, pp. 109-110, Pitagora Editrice Bologna ISBN 88-371-1924-0

Martignone, F. (2017). Analysis of mathematics standardized tests: examples of tasks for teachers. In Dooley, T., & Gueudet, G. (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3344-3351). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME. ISBN 978-1-873769-73-7

Ferretti, F., Lemmo, A. & Martignone, F. (2018). La probabilità nelle prove INVALSI: analisi in verticale. *Induzioni*, 55, 27 - 47

Ferretti, F., Lemmo, A. & Martignone, F. (2018). Attained curriculum and external assessment in Italy: how to reflect on them? In Y. Shimizu & R. Vithal (eds.), *Proceedings ICMI Study 24* (pp. 381-388). Tsukuba: ICME

Garuti, R. & Martignone, F. (under review). Assessment and argumentation: an analysis of mathematics standardized items. In: U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. xxxx-yyyy). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Grazie !