

Modulo 5: Gioco equo



Una nuova sfida

Inventiamo un gioco equo!



Una nuova sfida

Inventiamo un gioco equo!

Regole del gioco



Una nuova sfida

Inventiamo un gioco equo!

Regole del gioco

- 2 dadi;

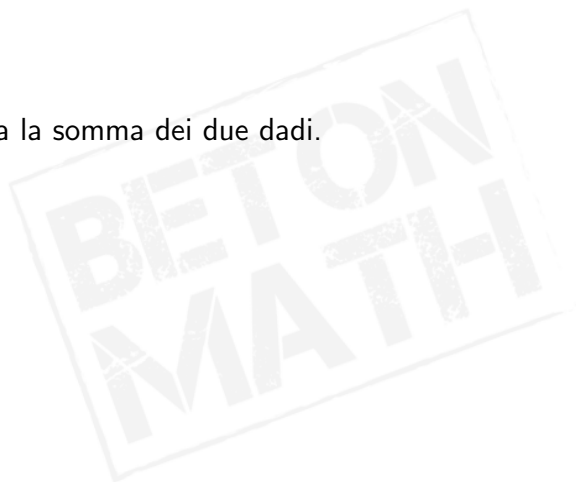


Una nuova sfida

Inventiamo un gioco equo!

Regole del gioco

- 2 dadi;
- si vince se si indovina la somma dei due dadi.



Una nuova sfida

Inventiamo un gioco equo!

Regole del gioco

- 2 dadi;
- si vince se si indovina la somma dei due dadi.

Tocca a noi:

- Stabilire i premi per ciascuna somma da 2 a 12;
- Stabilire il costo della giocata;
- Controllare che il gioco sia equo.

Una nuova sfida

Inventiamo un gioco equo!

Regole del gioco

- 2 dadi;
- si vince se si indovina la somma dei due dadi.

Tocca a noi:

- Stabilire i premi per ciascuna somma da 2 a 12;
- Stabilire il costo della giocata;
- Controllare che il gioco sia equo.

Scarichiamo il simulatore (app Android)



<http://betonmath.polimi.it/wp-content/apps/giocoequo.apk>
oppure:

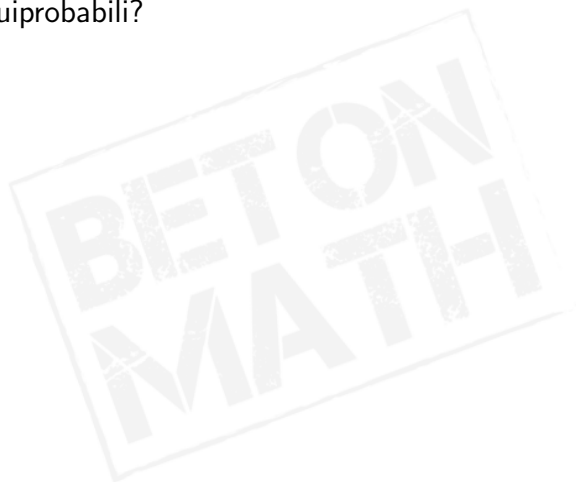
<http://tinyurl.com/ungiocoequo>

Ragioniamo insieme



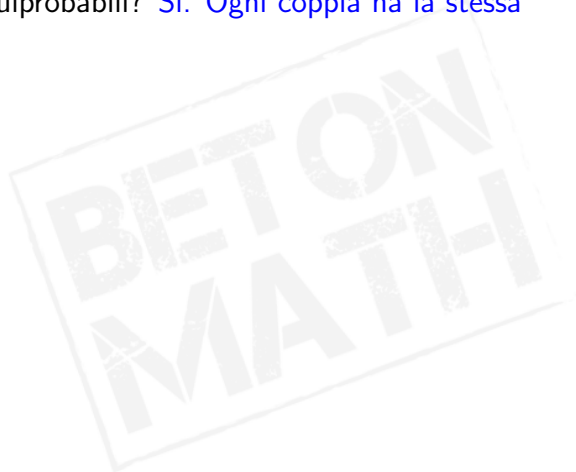
Ragioniamo insieme

Le uscite sono tutte equiprobabili?



Ragioniamo insieme

Le uscite sono tutte equiprobabili? Sì. Ogni coppia ha la stessa probabilità di uscita.



Ragioniamo insieme

Le uscite sono tutte equiprobabili? Sì. Ogni coppia ha la stessa probabilità di uscita.

	1	2	3	4	5	6
1	1-1	1-2	1-3			
2	2-1	2-2				
3	3-1					
4						
5						
6						

Ragioniamo insieme

Le uscite sono tutte equiprobabili? Sì. Ogni coppia ha la stessa probabilità di uscita.

	1	2	3	4	5	6
1	1-1	1-2	1-3	1-4		
2	2-1	2-2	2-3			
3	3-1	3-2				
4	4-1					
5						
6						

Ragioniamo insieme

Le uscite sono tutte equiprobabili? Sì. Ogni coppia ha la stessa probabilità di uscita.

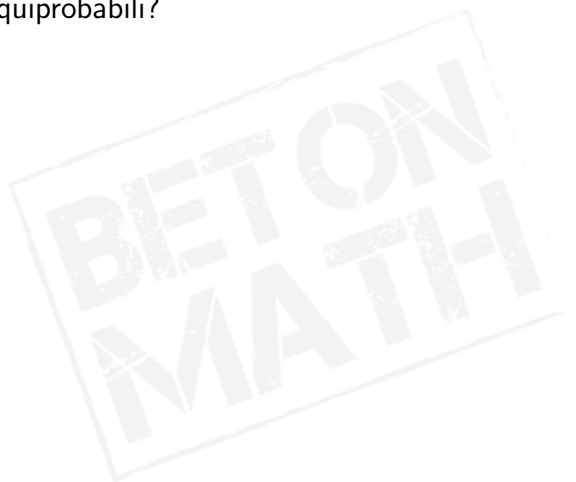
	1	2	3	4	5	6
1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?



Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?

Le somme sono tutte equiprobabili?



Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?

Le somme sono tutte equiprobabili? **No.**

Possiamo utilizzare una tabella a doppia entrata:

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?

Le somme sono tutte equiprobabili? **No.**

Possiamo utilizzare una tabella a doppia entrata:

+	1	2	3	4	5	6
1	2					
2						
3						
4						
5						
6						

Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?

Le somme sono tutte equiprobabili? **No.**

Possiamo utilizzare una tabella a doppia entrata:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3				
2	3					
3						
4						
5						
6						

Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?

Le somme sono tutte equiprobabili? **No.**

Possiamo utilizzare una tabella a doppia entrata:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4			
2	3	4				
3	4					
4						
5						
6						

Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?

Le somme sono tutte equiprobabili? **No.**

Possiamo utilizzare una tabella a doppia entrata:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5		
2	3	4	5			
3	4	5				
4	5					
5						
6						

Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?

Le somme sono tutte equiprobabili? **No.**

Possiamo utilizzare una tabella a doppia entrata:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Qual è la probabilità di ciascuna somma da 2 a 12?

Le somme sono tutte equiprobabili? **No.**

Possiamo utilizzare una tabella a doppia entrata:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Ci sono $6 \cdot 6 = 36$ combinazioni.

Probabilità di ciascuna somma

Dadi	Probabilità	Premio	Premio pesato
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
totale			

Probabilità di ciascuna somma

Dadi	Probabilità	Premio	Premio pesato
2	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$		
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
totale			

Probabilità di ciascuna somma

Dadi	Probabilità	Premio	Premio pesato
2	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$		
3	$\frac{2}{36} = 0.0555 = 5.5\%$		
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
totale			

Probabilità di ciascuna somma

Dadi	Probabilità	Premio	Premio pesato
2	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$		
3	$\frac{2}{36} = 0.0555 = 5.5\%$		
4	$\frac{3}{36} = 0.0833 = 8.3\%$		
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
totale			

Probabilità di ciascuna somma

Dadi	Probabilità	Premio	Premio pesato
2	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$		
3	$\frac{2}{36} = 0.0555 = 5.5\%$		
4	$\frac{3}{36} = 0.0833 = 8.3\%$		
5	$\frac{4}{36} = 0.1111 = 11.1\%$		
6	$\frac{5}{36} = 0.1388 = 13.8\%$		
7	$\frac{6}{36} = 0.1666 = 16.7\%$		
8	$\frac{5}{36} = 0.1388 = 13.8\%$		
9	$\frac{4}{36} = 0.1111 = 11.1\%$		
10	$\frac{3}{36} = 0.0833 = 8.3\%$		
11	$\frac{2}{36} = 0.0555 = 5.5\%$		
12	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$		
totale			

Probabilità di ciascuna somma

Dadi	Probabilità	Premio	Premio pesato
2	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$		
3	$\frac{2}{36} = 0.0555 = 5.5\%$		
4	$\frac{3}{36} = 0.0833 = 8.3\%$		
5	$\frac{4}{36} = 0.1111 = 11.1\%$		
6	$\frac{5}{36} = 0.1388 = 13.8\%$		
7	$\frac{6}{36} = 0.1666 = 16.7\%$		
8	$\frac{5}{36} = 0.1388 = 13.8\%$		
9	$\frac{4}{36} = 0.1111 = 11.1\%$		
10	$\frac{3}{36} = 0.0833 = 8.3\%$		
11	$\frac{2}{36} = 0.0555 = 5.5\%$		
12	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$		
totale	$\frac{36}{36} = 1 = 100\%$		

Calcoliamo i premi per un gioco equo

Abbiamo due possibilità:



Calcoliamo i premi per un gioco equo

Abbiamo due possibilità:

1. Fissiamo dapprima il costo del biglietto, poi assegnamo i premi.

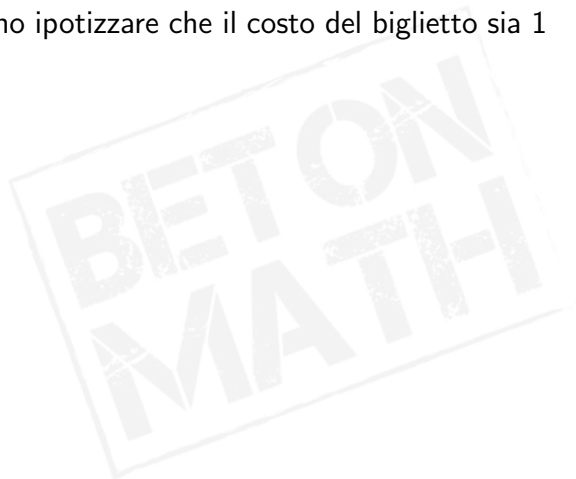
Calcoliamo i premi per un gioco equo

Abbiamo due possibilità:

1. Fissiamo dapprima il costo del biglietto, poi assegnamo i premi.
2. Fissiamo i premi e ricaviamo il prezzo del biglietto di conseguenza.

1. Se fissiamo il costo del biglietto...

- Per esempio, possiamo ipotizzare che il costo del biglietto sia 1 euro.



1. Se fissiamo il costo del biglietto...

- Per esempio, possiamo ipotizzare che il costo del biglietto sia 1 euro.
- Supponiamo che i premi pesati siano ripartiti equamente. Inoltre, sappiamo che

$$p_2P_2 + p_3P_3 + \dots + p_{12}P_{12} = 1$$

1. Se fissiamo il costo del biglietto...

- Per esempio, possiamo ipotizzare che il costo del biglietto sia 1 euro.
- Supponiamo che i premi pesati siano ripartiti equamente. Inoltre, sappiamo che

$$p_2P_2 + p_3P_3 + \dots + p_{12}P_{12} = 1$$

- Siccome ci sono 11 possibilità per la somma di 2 dadi da 6 facce, allora ogni premio pesato vale $\frac{1}{11} = 0.09$. Per comodità, possiamo imporre che $p_iP_i = \frac{1}{11}$ per ogni $i = 2, \dots, 12$.

1. Se fissiamo il costo del biglietto...

- Per esempio, possiamo ipotizzare che il costo del biglietto sia 1 euro.
- Supponiamo che i premi pesati siano ripartiti equamente. Inoltre, sappiamo che

$$p_2P_2 + p_3P_3 + \dots + p_{12}P_{12} = 1$$

- Siccome ci sono 11 possibilità per la somma di 2 dadi da 6 facce, allora ogni premio pesato vale $\frac{1}{11} = 0.09$. Per comodità, possiamo imporre che $p_iP_i = \frac{1}{11}$ per ogni $i = 2, \dots, 12$.
- Dunque, ricaviamo i premi: $P_i = \frac{1}{11}p_i$.

1. Se fissiamo il costo del biglietto...



1. Se fissiamo il costo del biglietto...

- La somma 2 ha probabilità $p_2 = \frac{1}{36}$, dunque per conoscere il premio P_2 da assegnare all'uscita della somma 2 devo fare:
 $\frac{1}{11} \cdot \frac{36}{1} = 3.27$. Il premio da assegnare alla somma 2 è di 3.27 euro.



1. Se fissiamo il costo del biglietto...

- La somma 2 ha probabilità $p_2 = \frac{1}{36}$, dunque per conoscere il premio P_2 da assegnare all'uscita della somma 2 devo fare:
 $\frac{1}{11} \cdot \frac{36}{1} = 3.27$. Il premio da assegnare alla somma 2 è di 3.27 euro.
- La somma 3 ha probabilità $p_3 = \frac{2}{36}$, dunque per conoscere il premio P_3 da assegnare all'uscita della somma 3 devo fare:
 $\frac{1}{11} \cdot \frac{36}{2} = 1.64$. Il premio da assegnare alla somma 3 è di 1.64 euro.

1. Se fissiamo il costo del biglietto...

- La somma 2 ha probabilità $p_2 = \frac{1}{36}$, dunque per conoscere il premio P_2 da assegnare all'uscita della somma 2 devo fare:
 $\frac{1}{11} \cdot \frac{36}{1} = 3.27$. Il premio da assegnare alla somma 2 è di 3.27 euro.
- La somma 3 ha probabilità $p_3 = \frac{2}{36}$, dunque per conoscere il premio P_3 da assegnare all'uscita della somma 3 devo fare:
 $\frac{1}{11} \cdot \frac{36}{2} = 1.64$. Il premio da assegnare alla somma 3 è di 1.64 euro.
- E così via.

1. Se fissiamo il costo del biglietto...

- La somma 2 ha probabilità $p_2 = \frac{1}{36}$, dunque per conoscere il premio P_2 da assegnare all'uscita della somma 2 devo fare:
 $\frac{1}{11} \cdot \frac{36}{1} = 3.27$. Il premio da assegnare alla somma 2 è di 3.27 euro.
- La somma 3 ha probabilità $p_3 = \frac{2}{36}$, dunque per conoscere il premio P_3 da assegnare all'uscita della somma 3 devo fare:
 $\frac{1}{11} \cdot \frac{36}{2} = 1.64$. Il premio da assegnare alla somma 3 è di 1.64 euro.
- E così via.

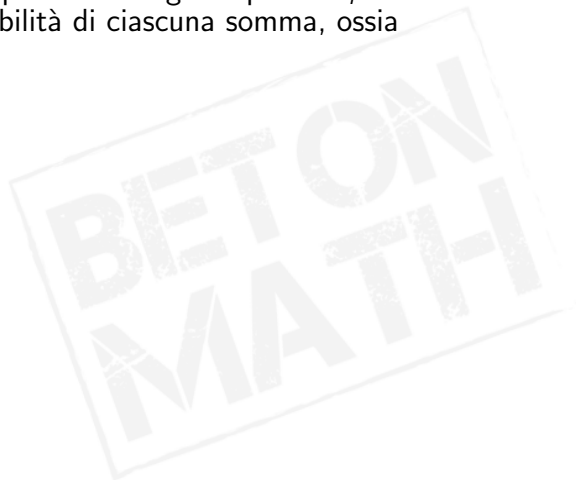
NB: In questo caso, i premi sono simmetrici: lo stesso premio viene assegnato alla somma 2 e alla somma 12, che hanno entrambi probabilità uguale ($p_2 = p_{12} = \frac{1}{36}$); lo stesso vale per le somme 3 e 11, per 4 e 10, e così via. Non è detto, però, che debba sussistere questa simmetria tra i premi assegnati.

1. Se fissiamo il costo del biglietto

Dadi	Probabilità	Premio	Premio pesato
2	$\frac{1}{36}$	3.27	0.09
3	$\frac{2}{36}$	1.64	0.09
4	$\frac{3}{36}$	1.09	0.09
5	$\frac{4}{36}$	0.82	0.09
6	$\frac{5}{36}$	0.65	0.09
7	$\frac{6}{36}$	0.54	0.09
8	$\frac{5}{36}$	0.65	0.09
9	$\frac{4}{36}$	0.82	0.09
10	$\frac{3}{36}$	1.09	0.09
11	$\frac{2}{36}$	1.64	0.09
12	$\frac{1}{36}$	3.27	0.09
totale	$\frac{36}{36}$		1

2. Se fissiamo i premi...

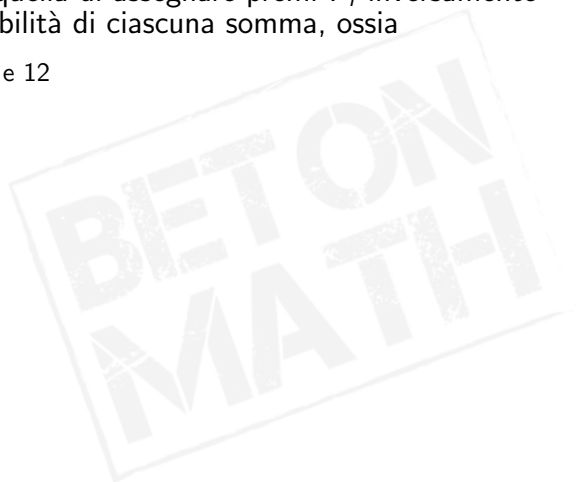
Una strada può essere quella di assegnare premi P_i inversamente proporzionali alle probabilità di ciascuna somma, ossia



2. Se fissiamo i premi...

Una strada può essere quella di assegnare premi P_i inversamente proporzionali alle probabilità di ciascuna somma, ossia

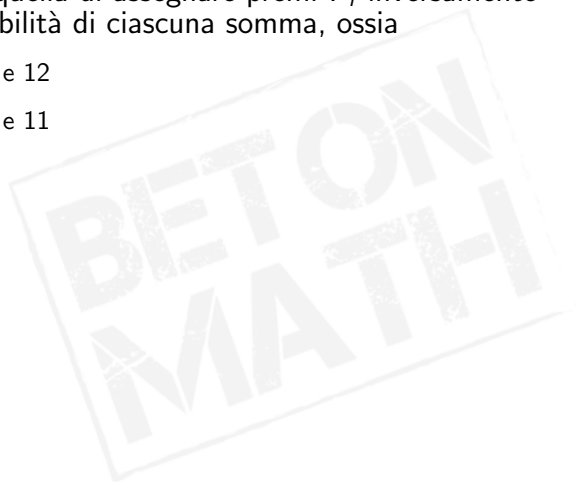
- 36 euro per le somme 2 e 12



2. Se fissiamo i premi...

Una strada può essere quella di assegnare premi P_i inversamente proporzionali alle probabilità di ciascuna somma, ossia

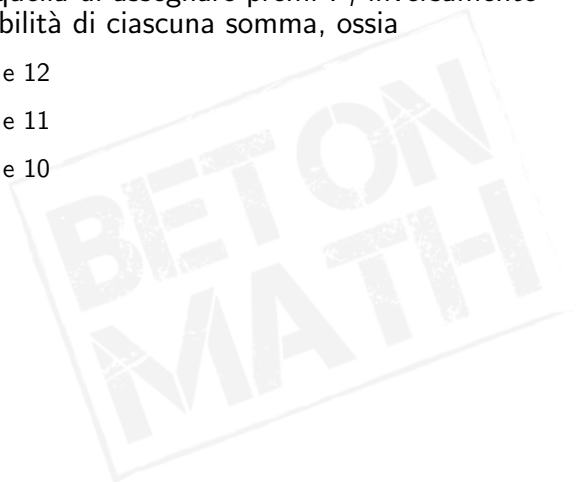
- 36 euro per le somme 2 e 12
- 18 euro per le somme 3 e 11



2. Se fissiamo i premi...

Una strada può essere quella di assegnare premi P_i inversamente proporzionali alle probabilità di ciascuna somma, ossia

- 36 euro per le somme 2 e 12
- 18 euro per le somme 3 e 11
- 12 euro per le somme 4 e 10



2. Se fissiamo i premi...

Una strada può essere quella di assegnare premi P_i inversamente proporzionali alle probabilità di ciascuna somma, ossia

- 36 euro per le somme 2 e 12
- 18 euro per le somme 3 e 11
- 12 euro per le somme 4 e 10
- 9 euro per le somme 5 e 9

2. Se fissiamo i premi...

Una strada può essere quella di assegnare premi P_i inversamente proporzionali alle probabilità di ciascuna somma, ossia

- 36 euro per le somme 2 e 12
- 18 euro per le somme 3 e 11
- 12 euro per le somme 4 e 10
- 9 euro per le somme 5 e 9
- 7.20 euro per le somme 6 e 8

2. Se fissiamo i premi...

Una strada può essere quella di assegnare premi P_i inversamente proporzionali alle probabilità di ciascuna somma, ossia

- 36 euro per le somme 2 e 12
- 18 euro per le somme 3 e 11
- 12 euro per le somme 4 e 10
- 9 euro per le somme 5 e 9
- 7.20 euro per le somme 6 e 8
- 6 euro per la somma 7

2. Se fissiamo i premi...

Una strada può essere quella di assegnare premi P_i inversamente proporzionali alle probabilità di ciascuna somma, ossia

- 36 euro per le somme 2 e 12
- 18 euro per le somme 3 e 11
- 12 euro per le somme 4 e 10
- 9 euro per le somme 5 e 9
- 7.20 euro per le somme 6 e 8
- 6 euro per la somma 7

In questo modo, ciascun prodotto $p_i \cdot P_i$ è uguale a 1, e la somma $p_2P_2 + p_3P_3 + \dots + p_{12}P_{12} = 1 + 1 + \dots + 1 = 11$. Da qui concludiamo che il premio medio è 11 euro, dunque la giocata deve essere di 11 euro se il gioco è equo.

Completiamo la tabella

Dadi	Probabilità	Premio	Premio pesato
2	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$	36	$\frac{1}{36} \cdot 36 = 1$
3	$\frac{2}{36} = 0.0555 = 5.5\%$	18	$\frac{2}{36} \cdot 18 = 1$
4	$\frac{3}{36} = 0.0833 = 8.3\%$	12	$\frac{3}{36} \cdot 12 = 1$
5	$\frac{4}{36} = 0.1111 = 11.1\%$	9	$\frac{4}{36} \cdot 9 = 1$
6	$\frac{5}{36} = 0.1388 = 13.8\%$	7.20	$\frac{5}{36} \cdot 7.20 = 1$
7	$\frac{6}{36} = 0.1666 = 16.7\%$	6	$\frac{6}{36} \cdot 6 = 1$
8	$\frac{5}{36} = 0.1388 = 13.8\%$	7.20	...
9	$\frac{4}{36} = 0.1111 = 11.1\%$	9	...
10	$\frac{3}{36} = 0.0833 = 8.3\%$	12	...
11	$\frac{2}{36} = 0.0555 = 5.5\%$	18	...
12	$\frac{1}{36} = 0.0277 = 2.7\%$	36	...
totale	$\frac{36}{36} = 1 = 100\%$		11

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$.



Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.



Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo
come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo
come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.
Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.
Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Gioco	indice di equità
-------	------------------

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.
Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Gioco	indice di equità
Rosso/Nero alla roulette	97%

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.

Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Gioco	indice di equità
Rosso/Nero alla roulette	97%
Dadi al casinò	94%

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.

Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Gioco	indice di equità
Rosso/Nero alla roulette	97%
Dadi al casinò	94%
Gratta e vinci	70%

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.

Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Gioco	indice di equità
Rosso/Nero alla roulette	97%
Dadi al casinò	94%
Gratta e vinci	70%
Lotto	40%

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.

Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Gioco	indice di equità
Rosso/Nero alla roulette	97%
Dadi al casinò	94%
Gratta e vinci	70%
Lotto	40%
Superenalotto	35%

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.

Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Gioco	indice di equità
Rosso/Nero alla roulette	97%
Dadi al casinò	94%
Gratta e vinci	70%
Lotto	40%
Superenalotto	35%
Slot machines	

Quando il gioco si fa iniquo...

Se il gioco è equo, $P_m = G$. Se il gioco è iniquo, $P_m < G$.
Possiamo definire un **indice di equità** eq dei giochi d'azzardo come il rapporto tra P_m e G :

$$eq = \frac{P_m}{G}$$

Osserviamo che se $eq = 1$, il gioco è equo, altrimenti è iniquo.
Quali sono gli indici di iniquità dei giochi d'azzardo?

Gioco	indice di equità
Rosso/Nero alla roulette	97%
Dadi al casinò	94%
Gratta e vinci	70%
Lotto	40%
Superenalotto	35%
Slot machines	

Tutti i giochi
d'azzardo sono
iniqui!