

Modulo 10: Misconcetti matematici



Come scegliamo le sequenze

Torniamo alle 3 sequenze che abbiamo proposto nel gioco del lotto:

a)	1	2	3	4	5
b)	13	7	45	36	72
c)	36	78	39	21	79

La sequenza (a) potrebbe sembrare **molto meno probabile** di (b), perché meno rappresentativa delle sequenze casuali che escono all'estrazione del lotto.

Come scegliamo le sequenze

Torniamo alle 3 sequenze che abbiamo proposto nel gioco del lotto:

a)	1	2	3	4	5
b)	13	7	45	36	72
c)	36	78	39	21	79

La sequenza (a) potrebbe sembrare **molto meno probabile** di (b), perché meno rappresentativa delle sequenze casuali che escono all'estrazione del lotto.

In realtà le due sequenze sono equiprobabili.

Come scegliamo le sequenze

Torniamo alle 3 sequenze che abbiamo proposto nel gioco del lotto:

a)	1	2	3	4	5
b)	13	7	45	36	72
c)	36	78	39	21	79

La sequenza (a) potrebbe sembrare **molto meno probabile** di (b), perché meno rappresentativa delle sequenze casuali che escono all'estrazione del lotto.

In realtà le due sequenze sono equiprobabili.

Cosa ci porta a dire che (a) è meno probabile di (b)?

Come scegliamo le sequenze

Torniamo alle 3 sequenze che abbiamo proposto nel gioco del lotto:

a)	1	2	3	4	5
b)	13	7	45	36	72
c)	36	78	39	21	79

La sequenza (a) potrebbe sembrare **molto meno probabile** di (b), perché meno rappresentativa delle sequenze casuali che escono all'estrazione del lotto.

In realtà le due sequenze sono equiprobabili.

Cosa ci porta a dire che (a) è meno probabile di (b)?

Il misconcetto della rappresentatività

Rappresentatività

Il misconcetto della rappresentatività

Consiste nell'assegnare una probabilità maggiore ad un evento anziché ad un altro **perché sembra meglio rappresentare l'insieme dei possibili esiti**, anche se gli esiti sono equiprobabili.

Come scegliamo le sequenze

- a) 1 2 3 4 5
b) 13 7 45 36 72
c) 36 78 39 21 79

La sequenza (c) potrebbe sembrare **meno probabile** di (b), i numeri sono già usciti nell'ultima estrazione.

RUOTA	1° estr.	2° estr.	3° estr.	4° estr.	5° estr.
Bari	36	78	39	21	79
Cagliari	60	83	53	56	59
Firenze	21	2	5	90	61
Genova	52	13	38	58	85
Milano	27	69	19	32	5
Napoli	89	27	42	51	84
Palermo	81	15	9	25	36
Roma	7	89	41	75	27
Torino	54	63	29	2	43
Venezia	45	87	31	18	49
Nazionale	67	75	1	82	63

Come scegliamo le sequenze

- a) 1 2 3 4 5
b) 13 7 45 36 72
c) 36 78 39 21 79

La sequenza (c) potrebbe sembrare **meno probabile** di (b), i numeri sono già usciti nell'ultima estrazione.

RUOTA	1° estr.	2° estr.	3° estr.	4° estr.	5° estr.
Bari	36	78	39	21	79
Cagliari	60	83	53	56	59
Firenze	21	2	5	90	61
Genova	52	13	38	58	85
Milano	27	69	19	32	5
Napoli	89	27	42	51	84
Palermo	81	15	9	25	36
Roma	7	89	41	75	27
Torino	54	63	29	2	43
Venezia	45	87	31	18	49
Nazionale	67	75	1	82	63

Cosa ci porta a dire che (c) è meno probabile di (b)?

Come scegliamo le sequenze

- a) 1 2 3 4 5
b) 13 7 45 36 72
c) 36 78 39 21 79

La sequenza (c) potrebbe sembrare **meno probabile** di (b), i numeri sono già usciti nell'ultima estrazione.

RUOTA	1° estr.	2° estr.	3° estr.	4° estr.	5° estr.
Bari	36	78	39	21	79
Cagliari	60	83	53	56	59
Firenze	21	2	5	90	61
Genova	52	13	38	58	85
Milano	27	69	19	32	5
Napoli	89	27	42	51	84
Palermo	81	15	9	25	36
Roma	7	89	41	75	27
Torino	54	63	29	2	43
Venezia	45	87	31	18	49
Nazionale	67	75	1	82	63

Cosa ci porta a dire che (c) è meno probabile di (b)?

Il misconcetto della recenza.

Recenza

Il misconcetto della recenza

Consiste nell'assegnare una probabilità maggiore ad un evento anziché ad un altro **sulla base delle informazioni ricavate da esperimenti passati**, anche se gli esiti sono indipendenti da quelli precedenti.

Un altro esempio di recenza

Il lancio della moneta

Quando getti una moneta ci sono due possibilità: testa o croce. R getta la moneta 3 volte e in tutti e tre i casi ottiene testa. R getta di nuovo la moneta.

Qual è la probabilità che R ottenga testa per la quarta volta?

- a) Uguale alla probabilità di ottenere croce
- b) Probabilità più bassa di quella di ottenere croce
- c) Probabilità più alta di quella di ottenere croce

Un altro esempio di recenza

Il lancio della moneta

Quando getti una moneta ci sono due possibilità: testa o croce. R getta la moneta 3 volte e in tutti e tre i casi ottiene testa. R getta di nuovo la moneta.

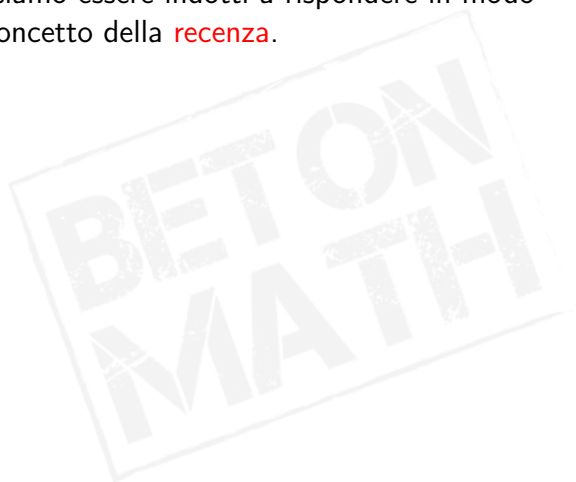
Qual è la probabilità che R ottenga testa per la quarta volta?

- a) Uguale alla probabilità di ottenere croce
- b) Probabilità più bassa di quella di ottenere croce
- c) Probabilità più alta di quella di ottenere croce

La moneta non ha memoria: non si ricorda l'uscita precedente! Ogni volta, l'uscita di testa ha la stessa probabilità dell'uscita di croce: $\frac{1}{2}$.

Recenza positiva, recenza negativa

In questo esempio, possiamo essere indotti a rispondere in modo errato seguendo il misconcetto della **recenza**.



Recenza positiva, recenza negativa

In questo esempio, possiamo essere indotti a rispondere in modo errato seguendo il misconcetto della **recenza**.

- **Recenza positiva** se pensiamo che testa abbia maggior probabilità di uscire (è già uscita 3 volte, dunque uscirà di nuovo).

Recenza positiva, recenza negativa

In questo esempio, possiamo essere indotti a rispondere in modo errato seguendo il misconcetto della **recenza**.

- **Recenza positiva** se pensiamo che testa abbia maggior probabilità di uscire (è già uscita 3 volte, dunque uscirà di nuovo).
- **Recenza negativa (fallacia del giocatore)** se pensiamo che testa abbia minor probabilità di uscire (è già uscita, dunque non uscirà più, per bilanciare la proporzione di volte in cui escono entrambe le facce).

Recenza positiva, recenza negativa

In questo esempio, possiamo essere indotti a rispondere in modo errato seguendo il misconcetto della **recenza**.

- **Recenza positiva** se pensiamo che testa abbia maggior probabilità di uscire (è già uscita 3 volte, dunque uscirà di nuovo).
- **Recenza negativa (fallacia del giocatore)** se pensiamo che testa abbia minor probabilità di uscire (è già uscita, dunque non uscirà più, per bilanciare la proporzione di volte in cui escono entrambe le facce).

Questo misconcetto è presente nei commenti relativi ai numeri ritardatari nel lotto.

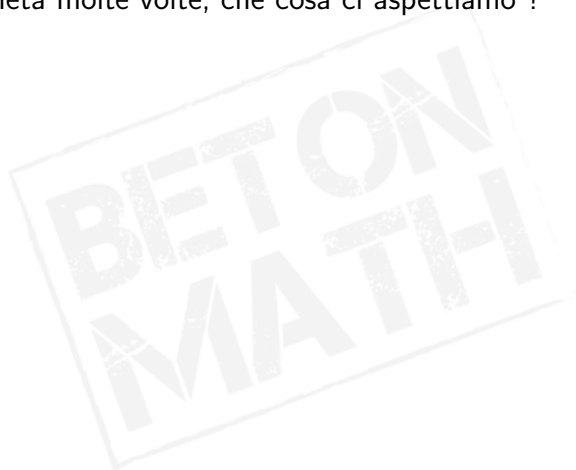
La legge dei grandi numeri e la recenza

- cerchiamo di capire meglio la legge dei grandi numeri



La legge dei grandi numeri e la recenza

- cerchiamo di capire meglio la legge dei grandi numeri
- se lanciamo una moneta molte volte, che cosa ci aspettiamo ?



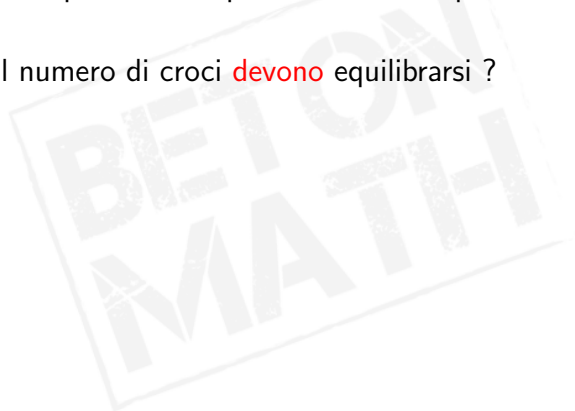
La legge dei grandi numeri e la recenza

- cerchiamo di capire meglio la legge dei grandi numeri
- se lanciamo una moneta molte volte, che cosa ci aspettiamo ?
- se all'inizio escono molte più teste, dopo devono uscire più croci ?



La legge dei grandi numeri e la recenza

- cerchiamo di capire meglio la legge dei grandi numeri
- se lanciamo una moneta molte volte, che cosa ci aspettiamo ?
- se all'inizio escono molte più teste, dopo devono uscire più croci ?
- il numero di teste e il numero di croci devono equilibrarsi ?



La legge dei grandi numeri e la recenza

- cerchiamo di capire meglio la **legge dei grandi numeri**
- se lanciamo una moneta molte volte, che cosa ci aspettiamo ?
- se all'inizio escono molte più teste, dopo **devono** uscire più croci ?
- il numero di teste e il numero di croci **devono** equilibrarsi ?

Scarichiamo il simulatore (app Android)



<http://betonmath.polimi.it/wp-content/apps/grandinumeri.apk>

oppure:

<http://tinyurl.com/grandinumeri>

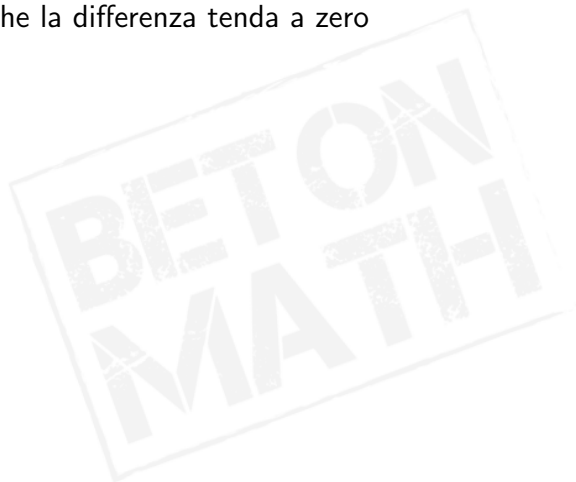
La legge dei grandi numeri e la recenza

- la frequenza di uscita deve tendere alla probabilità (ovvero 0.5)



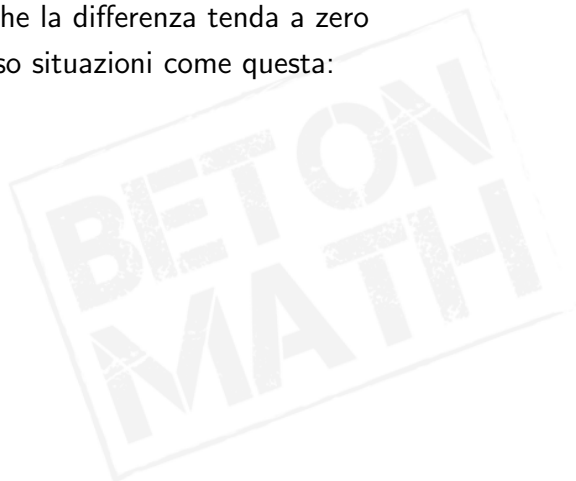
La legge dei grandi numeri e la recenza

- la frequenza di uscita deve tendere alla probabilità (ovvero 0.5)
- questo non implica che la differenza tenda a zero



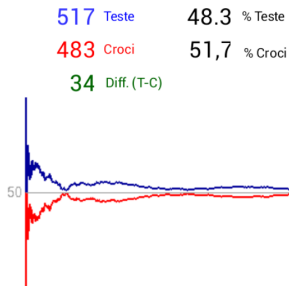
La legge dei grandi numeri e la recenza

- la frequenza di uscita deve tendere alla probabilità (ovvero 0.5)
- questo non implica che la differenza tenda a zero
- capitano infatti spesso situazioni come questa:



La legge dei grandi numeri e la recenza

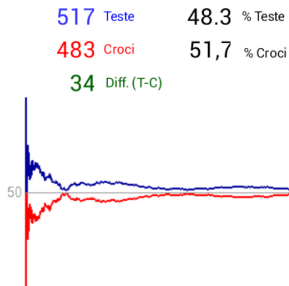
- la frequenza di uscita deve tendere alla probabilità (ovvero 0.5)
- questo non implica che la differenza tenda a zero
- capitano infatti spesso situazioni come questa:



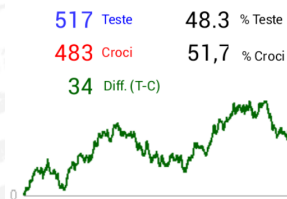
Le frequenze si equilibrano ...

La legge dei grandi numeri e la recenza

- la frequenza di uscita deve tendere alla probabilità (ovvero 0.5)
- questo non implica che la differenza tenda a zero
- capitano infatti spesso situazioni come questa:



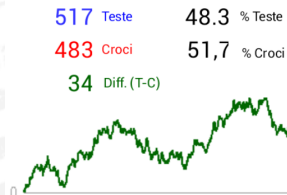
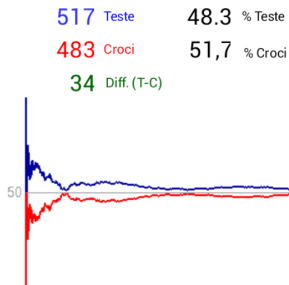
Le frequenze si equilibrano ...



... ma la differenza non si annulla

La legge dei grandi numeri e la recenza

- la frequenza di uscita deve tendere alla probabilità (ovvero 0.5)
- questo non implica che la differenza tenda a zero
- capitano infatti spesso situazioni come questa:



Le frequenze si equilibrano ...

... ma la differenza non si annulla

- Il fatto che siano uscite molte più teste, non rende più probabile l'uscita di una croce

Ancora un esempio

Ambo o terna

Luigi ha giocato 5 numeri al lotto sulla ruota di Torino. Il numero di ambi diversi che possono uscire è maggiore, minore o uguale del numero di terne diverse che possono uscire?

- a) minore b) uguale c) maggiore

Ancora un esempio

Ambo o terna

Luigi ha giocato 5 numeri al lotto sulla ruota di Torino. Il numero di ambi diversi che possono uscire è maggiore, minore o uguale del numero di terne diverse che possono uscire?

a) minore b) uguale c) maggiore

- Possiamo dare a questa domanda una risposta intuitiva:
pensateci...

Ancora un esempio

Ambo o terna

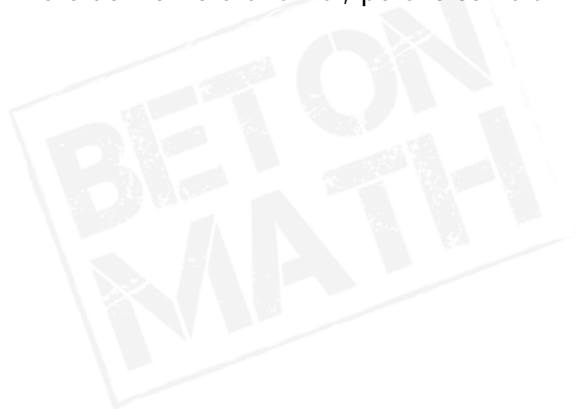
Luigi ha giocato 5 numeri al lotto sulla ruota di Torino. Il numero di ambi diversi che possono uscire è maggiore, minore o uguale del numero di terne diverse che possono uscire?

a) minore b) uguale c) maggiore

- Possiamo dare a questa domanda una risposta intuitiva: pensateci...
- Oppure possiamo farci aiutare dalla matematica: il numero di gruppi da 2 che possiamo formare da un insieme di 5 è $\binom{5}{2} = 10$

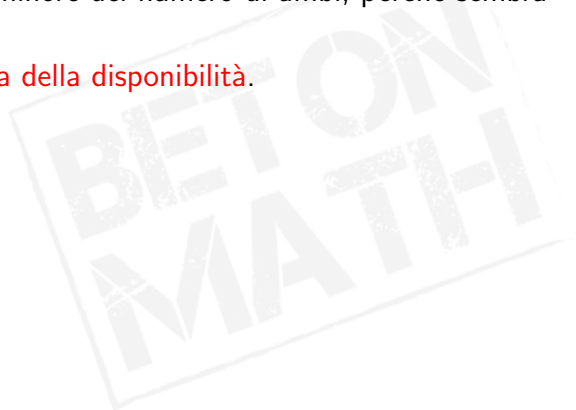
Simmetria del coefficiente binomiale

- In questo esempio, possiamo essere indotti a pensare che il numero di terne sia minore del numero di ambi, perché sembra più agevole contarle



Simmetria del coefficiente binomiale

- In questo esempio, possiamo essere indotti a pensare che il numero di terne sia minore del numero di ambi, perché sembra più agevole contarle
- Si tratta dell'**euristica della disponibilità**.



Simmetria del coefficiente binomiale

- In questo esempio, possiamo essere indotti a pensare che il numero di terne sia minore del numero di ambi, perché sembra più agevole contarle
- Si tratta dell'**euristica della disponibilità**.
- In realtà si ha

$$\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$$

Più in generale:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

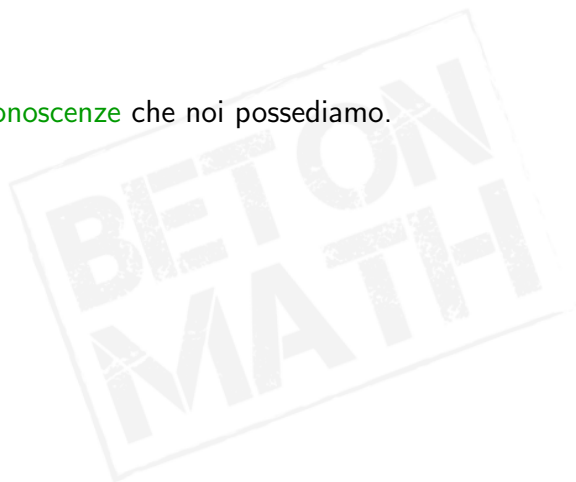
Disponibilità

L'euristica della disponibilità

Consiste nell'assegnare una probabilità maggiore ad un evento anziché ad un altro **perché contare il numero di casi favorevoli a uno sembra più immediato rispetto a contare i casi favorevoli all'altro**, anche se il numero di casi favorevoli è lo stesso per entrambi gli eventi.

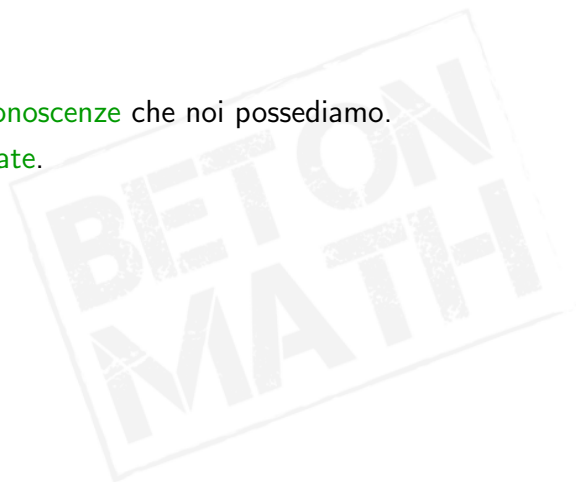
I misconcetti

- I misconcetti sono **conoscenze** che noi possediamo.



I misconcetti

- I misconcetti sono **conoscenze** che noi possediamo.
- Sono **conoscenze errate**.



I misconcetti

- I misconcetti sono **conoscenze** che noi possediamo.
- Sono **conoscenze errate**.
- Tutti noi possediamo conoscenze errate.

I misconcetti

- I misconcetti sono **conoscenze** che noi possediamo.
- Sono **conoscenze errate**.
- Tutti noi possediamo conoscenze errate.
- La conoscenza matematica ci aiuta a correggere i misconcetti che possediamo.