

Capitolo 1

L'USO DI SOFTWARE NELL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA: ASPETTI TEORICI

1.1 INTRODUZIONE

I software, alcuni dei quali sono oggetto di analisi in questa tesi, hanno fatto il loro ingresso nelle scuole in seguito allo sviluppo tecnologico e informatico che ha trasformato la società a partire dagli anni '80. La scuola, in quanto istituzione che garantisce la formazione del futuro cittadino, non ha potuto restare estranea a questi cambiamenti e ha subito anch'essa un rinnovamento di contenuti e di metodi legato all'introduzione di nuove tecnologie.

Ciò che è interessante per noi in relazione a questa tesi, non riguarda tanto l'alfabetizzazione informatica offerta dalle scuole agli studenti per fornire loro le conoscenze e le competenze che la società esige, quanto piuttosto il ruolo che le tecnologie, in particolare i software, possono assumere per favorire l'insegnamento e l'apprendimento della matematica.

L'uso di software per scopi didattici si inserisce in un contesto più ampio, che riguarda l'utilizzo di strumenti in generale. Dalla letteratura scientifica emergono diverse definizioni di strumento, che variano a seconda del campo di ricerca. Si può ricordare per esempio la definizione, che ben si adatta ai nostri scopi, data dallo psicologo piagetiano Mounoud, (1970): *è strumento ogni oggetto che il soggetto associa alla sua azione per l'esecuzione di un compito; lo strumento prolunga e modifica questa azione, presenta caratteristiche proprie che consentono di associarlo all'azione e anche agli oggetti sui quali lo strumento permette di agire.*

Dalla definizione di Mounoud e da quella di altri autori (cfr. Rabardel, 1997) emerge un interessante modo di concepire uno strumento, come entità intermedia tra il soggetto che compie l'azione e l'oggetto. Ciò ha portato a prendere in considerazione, in attività svolte con strumenti, i tre poli, soggetto, oggetto e strumento, e le molteplici interazioni che vengono a stabilirsi tra di essi: interazioni tra soggetto e oggetto dirette o mediate dallo strumento, interazioni tra soggetto e strumento e tra strumento e oggetto.

Tra gli strumenti che si possono utilizzare in ambito matematico ricordiamo le macchine matematiche, il cui esempio più tradizionale e comune nelle scuole è il compasso. Così come il compasso incorpora implicitamente la definizione di circonferenza come luogo di punti equidistanti dal centro, anche i software incorporano conoscenza, forse in modo meno immediato ma comunque significativo se opportunamente utilizzati sotto la guida dell'insegnante. Il ruolo dell'insegnante risulta fondamentale poiché, come si vedrà in dettaglio in seguito, la conoscenza incorporata da uno strumento non passa in modo immediato all'utilizzatore.

I ruoli e le funzioni dei software e in generale degli strumenti nel campo dell'insegnamento e dell'apprendimento della matematica sono molteplici e variano profondamente a seconda dell'approccio e del quadro pedagogico di riferimento. Esistono infatti diversi quadri teorici che si possono prendere come riferimento per lo sviluppo di attività didattiche e sperimentazioni in classe, che riguardano il ruolo degli strumenti nei processi di insegnamento – apprendimento, ma anche il ruolo dell'insegnante e le interazioni sociali tra studenti.

In questo capitolo verranno presentati alcuni possibili riferimenti teorici, che forniscono importanti indicazioni in campo didattico sul ruolo degli strumenti, la loro relazione con gli oggetti matematici e con la costruzione dei concetti. In particolare si svilupperà:

- l'approccio strumentale di Rabardel;
- l'approccio di Vygotskij agli artefatti, rielaborato e reinterpretato da Maria G. Bartolini Bussi e Maria Alessandra Mariotti;
- la nozione di spazio di azione, produzione e comunicazione, sviluppata da Ferdinando Arzarello.

Infine si potrà trovare la posizione dell'Unione Matematica Italiana, espressa nel documento *Matematica 2003*, sul ruolo delle moderne tecnologie nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica e alcuni suggerimenti metodologici per un loro efficace utilizzo nelle scuole.

1.2 L'APPROCCIO STRUMENTALE DI RABARDEL

La distinzione tra artefatto e strumento

L'approccio strumentale di Rabardel si basa sulla differenza fondamentale tra *artefatto* e *strumento*. Secondo la terminologia di Rabardel, *l'artefatto è l'oggetto materiale o simbolico di per sé*; può essere un insieme assemblato di pezzi di metallo oppure, come nel caso che ci interessa, un software. La costruzione e l'uso di artefatti, anche molto complessi come i software, sembra essere una caratteristica tipica dell'attività umana. Collegati ad un artefatto sorgono automaticamente i problemi relativi al suo uso: entra allora in gioco il concetto di strumento.

Lo *strumento* è definito da Rabardel come *un'entità mista composta sia da componenti legate alle caratteristiche dell'artefatto che da componenti soggettive (schemi d'uso)*. *Questa entità mista tiene conto dell'oggetto e ne descrive l'uso funzionale per il soggetto*.

Come risulta evidente dalla definizione fornita, lo strumento non può essere ridotto semplicemente all'artefatto o all'oggetto tecnico: esso è formato da due componenti, ossia un artefatto materiale e uno o più schemi d'uso associati, risultanti da una costruzione propria del soggetto, autonomi o dipendenti da schemi sociali d'uso già precedentemente formati. Gli schemi d'uso hanno quindi una dimensione individuale ed una sociale.

Si noti che un singolo schema d'uso può essere applicato, in modi simili, a diversi tipi di artefatti: questa proprietà, nell'ottica di Rabardel, è di grande interesse per la progettazione, perché rende possibile il recupero e lo sfruttamento degli schemi d'uso già esistenti per oggetti conosciuti.

Gli schemi d'uso che il soggetto si crea in funzione dei propri obiettivi possono o meno coincidere con quelli per cui l'artefatto è stato progettato e dipendono dalle esperienze compiute dal soggetto stesso. Si tratta di una "deviazione" rispetto alle funzioni previste dai progettisti, agli usi che essi immaginavano o anticipavano; tale deviazione non deve intendersi in senso negativo, ma, al contrario, a volte può risultare positiva per successivi sviluppi. Il software Derive rappresenta un esempio in cui le intenzioni del progettista non coincidono perfettamente con il reale utilizzo che se ne fa: Derive infatti è stato progettato per scopi non didattici, ma viene ormai utilizzato ampiamente nelle scuole; in questo caso la deviazione ha portato a sviluppi in senso didattico, come risulta dalle ultime innovazioni apportate al software.

Anche i comandi specifici che verranno descritti a proposito della fattorizzazione di polinomi o della risoluzione di equazioni sono stati pensati per questi particolari scopi, ma possono in effetti essere utilizzati in modo alternativo in attività didattiche in cui si riflette su altri aspetti matematici.

L'idea di fondo di Rabardel è che la progettazione di uno strumento prosegue nell'uso; questo si realizza soprattutto con le tecnologie contemporanee, caratterizzate da una notevole complessità di progettazione che offre numerose possibilità per usi diversi, di cui solo una minima parte può essere effettivamente prevista.

Gli utilizzatori diventano così anch'essi attori della progettazione, in un modo diverso dai progettisti veri e propri. Si tratta infatti di una progettazione per se stessi, di un uso individuale dell'artefatto che gli conferisce proprietà nuove, le quali potrebbero anche essere in seguito iscritte nell'artefatto: una progettazione per se stessi che può anche essere estesa alla collettività.

Questi aspetti si ritrovano in modo chiaro nei software open source, che si sviluppano dalla collaborazione di numerose persone e che sono aperti al contributo di utilizzatori intenzionati ad apportare utili miglioramenti. In questa tesi si esamina un software di questo tipo: GeoGebra.

Il processo di genesi strumentale

Il processo che porta un artefatto a diventare strumento ha un carattere psicologico; viene denominato da Rabardel *genesi strumentale* e si realizza in due fasi:

- *strumentalizzazione*, in cui il soggetto si appropria delle diverse componenti tecniche dell'artefatto e riconosce i suoi potenziali e i suoi limiti. Esistono due livelli di strumentalizzazione: il primo è di carattere momentaneo, il secondo è durevole, addirittura permanente;

- *strumentazione*, in cui compaiono e si sviluppano gli schemi d'uso, in seguito all'adattamento che il soggetto fa dell'artefatto per risolvere determinati problemi.

Una caratteristica fondamentale che distingue le due fasi è l'orientamento dell'attività: durante la strumentalizzazione essa è diretta verso la componente artefatto dello strumento, mentre durante la strumentazione è orientata verso il soggetto stesso.

Nella prima fase, quando si impara ad utilizzare una determinata tecnologia come un software, vengono messe in opera dal soggetto diverse azioni, dette pragmatiche o esperienziali e orientate a diventare esperti nel maneggiare lo strumento. Nella fase successiva invece entrano in gioco azioni riflessive o epistemiche, che hanno l'obiettivo di conseguire conoscenza.

Le due fasi di genesi strumentale appena descritte interessano anche le attività didattiche: nel momento in cui si decide di organizzare un'attività in classe servendosi di un software è necessario come primo passo dedicare il tempo necessario a lezioni di tipo pragmatico, affinché gli studenti imparino a usare il software, diventando abili a maneggiarlo in modo tecnico. Solo in un secondo momento sarà possibile proporre un problema da risolvere con l'obiettivo di far acquisire nuova conoscenza agli alunni.

È fondamentalmente questa la ragione che ha motivato la scelta effettuata in questa tesi di descrivere nei primi capitoli gli aspetti tecnici e le potenzialità di ciascun software in esame e passare poi in una seconda parte ad analizzare il comportamento dei software per la risoluzione di particolari problemi, come la fattorizzazione dei polinomi, la risoluzione di equazioni e lo studio di funzioni.

Rabardel teorizza l'impatto dell'uso degli strumenti sull'attività cognitiva (Rabardel & Samurçay, 2001): *l'uso di uno strumento non è mai neutro, al contrario esso dà origine ad una riorganizzazione delle strutture cognitive.*

La dimensione sociale è definita da Rabardel nel descrivere l'azione reciproca che avviene tra gli schemi d'uso individuali e gli schemi sociali.

Le indicazioni teoriche fin qui descritte si possono sfruttare nel campo della ricerca didattica e sono state effettivamente impiegate in diversi studi, in particolare nella didattica della matematica in ambienti informatici. Tuttavia l'approccio di Rabardel è stato sviluppato nell'ambito dell'ergonomia cognitiva, dunque non mira ad affrontare tutte le esigenze della ricerca didattica di nostro interesse.

L'approccio strumentale di Rabardel deve essere quindi ulteriormente elaborato per adattarsi alla complessità dell'attività nella classe e in particolare dell'insegnamento – apprendimento della matematica.

1.3 L'APPROCCIO DI VYGOTSKIJ AGLI ARTEFATTI

In questo paragrafo analizzeremo l'approccio di Vygotskij agli artefatti, rielaborato e reinterpretato in chiave didattica da Bartolini Bussi e Mariotti (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009). I due concetti chiave introdotti da Vygotskij e sviluppati nel seguito sono quello di *zona di sviluppo prossimale*, utile per definire il ruolo dell'insegnante, e quello di *interiorizzazione*, processo nel quale l'uso di artefatti assume un ruolo cruciale.

La zona di sviluppo prossimale

Il concetto di *zona di sviluppo prossimale*, che attribuisce notevole importanza all'interazione sociale ai fini dell'apprendimento, è definito da Vygotskij come *la distanza tra il livello reale di sviluppo del soggetto determinato dalla capacità di risolvere da solo un problema e il livello di sviluppo potenziale determinato dalla capacità di risolvere il problema sotto la guida di un adulto o in collaborazione con un suo coetaneo più capace*.

Questa definizione mette in luce in modo chiaro l'asimmetria dei ruoli dell'insegnante e degli alunni e permette di sottolineare l'importanza dell'azione dell'insegnante in relazione alla conoscenza.

Nei capitoli successivi si avrà modo di osservare più volte quanto la scelta del problema da proporre agli studenti debba essere opportuna, in modo da stimolare gli alunni, suscitare in loro interesse e motivarli verso l'esplorazione della situazione problematica; inoltre sarebbe costruttivo affrontare un problema che abbia diverse strategie risolutive, in modo da favorire il confronto tra i vari metodi utilizzati dagli studenti e far nascere discussioni e riflessioni. Più in generale si può dire che il ruolo dell'insegnante nella scelta del problema da proporre ad una classe è fondamentale per favorire la costruzione di significati matematici.

Nella definizione di zona di sviluppo prossimale Vygotskij sottolinea anche l'utilità della collaborazione di uno studente con un coetaneo più capace per migliorare le capacità di risolvere un problema; ecco allora un'altra scelta importante che deve compiere l'insegnante: stabilire le modalità di lavoro in classe, per esempio decidere se far lavorare gli alunni in piccoli gruppi e come organizzarli. Le ricerche condotte sulla cooperazione nelle scuole, che qui non presentiamo, forniscono importanti contributi su questi aspetti non trascurabili nell'organizzazione di un'attività didattica.

Il processo di interiorizzazione e il ruolo degli artefatti

Il processo di *interiorizzazione* è definito da Vygotskij come *la ricostruzione interna di un'operazione esterna; descrive il processo di costruzione della conoscenza individuale come generato da esperienze sociali condivise*.

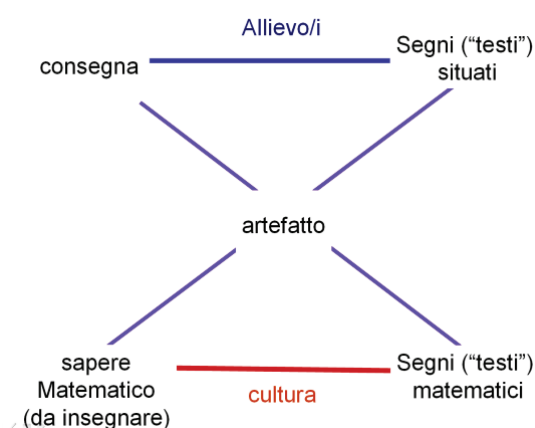
Quando parliamo di un processo, con il termine 'esterno' Vygotskij intende 'sociale'; per la sua natura sociale, il processo esterno implica la produzione e l'interpretazione di segni, al fine di poter comunicare. Ciò significa che il processo di interiorizzazione ha la propria base nell'uso dei segni (principalmente il linguaggio naturale ma anche ogni tipo di segni, dai gesti a quelli più sofisticati come il sistema semiotico matematico) ed è proprio diretto da processi semiotici.

Lo scopo di questo paragrafo non è tanto entrare nel dettaglio del processo di interiorizzazione descritto da Vygotskij, quanto piuttosto esaminare il ruolo che hanno gli artefatti in tale processo di costruzione di conoscenza.

Vygotskij ha mostrato che nella sfera pratica gli esseri umani utilizzano artefatti per raggiungere scopi altrimenti non raggiungibili, mentre le attività mentali sono supportate e sviluppate per mezzo dei segni prodotti nei processi di interiorizzazione, che nella terminologia Vygotskiana vengono anche definiti *strumenti psicologici*. Il fondamentale ruolo degli artefatti nello sviluppo cognitivo è largamente riconosciuto e, a differenza di altri approcci psicologici che separano chiaramente gli artefatti tecnologici e concreti dai segni, la prospettiva Vygotskiana afferma un'analogia tra di essi: *l'invenzione e l'utilizzo dei segni come mezzi ausiliari per la risoluzione di un problema dato (ricordare, confrontare qualcosa, scegliere e così via), sono analoghe all'invenzione e all'utilizzo di strumenti sotto il profilo psicologico. I segni hanno funzione di strumento durante l'attività psicologica, analogamente al ruolo di un utensile nel lavoro.* (Vygotskij, 1978).

L'analogia tra segni ed artefatti si basa sulla funzione di mediazione che entrambi hanno nello svolgimento di un compito. Il concetto di mediazione entra in gioco nella situazione scolastica quando si è in presenza di un contenuto matematico oggetto della mediazione, di studenti, soggetti riceventi della mediazione, di un mediatore che può essere l'insegnante. L'idea di mediazione in relazione alle tecnologie informatiche è diffusa nel campo dell'educazione matematica.

Vygotskij supera la pura analogia tra artefatti e segni parlando di un particolare tipo di mediazione svolta dagli artefatti: la *mediazione semiotica*. Il significato di artefatto come strumento di mediazione semiotica è implicito nel seguente schema, che mette in luce le relazioni tra artefatto, compito e conoscenza matematica, importanti da analizzare in un contesto scolastico:



Come si può vedere, l'artefatto è collegato da un lato con il compito specifico a cui fornisce mezzi di soluzione adatti, dall'altro ad una particolare conoscenza matematica. Quando viene svolto un compito servendosi di artefatti, vengono prodotti segni condivisi: tali segni da una parte sono legati allo svolgimento del compito e risultano spesso contingenti (situati) alla situazione determinata dalla soluzione particolare del compito, mentre dall'altra possono avere un carattere più generale ed essere in relazione con il contenuto matematico oggetto della mediazione.

È importante sottolineare il legame con la conoscenza matematica, per sfruttarlo in una prospettiva educativa. Chiaramente le relazioni rappresentate nella figura non si creano in maniera automatica e spontanea nella mente degli studenti, ma la loro creazione risulta l'obiettivo, lo scopo educativo che l'insegnante si pone. Secondo le autrici Bartolini Bussi e Mariotti, infatti, la funzione semiotica di un artefatto non si attiva automaticamente, ma deve essere sfruttata da un esperto come l'insegnante, che agisce da mediatore, con lo scopo di guidare il processo di produzione e sviluppo dei segni da quelli centrati sull'uso dell'artefatto verso contenuti matematici veri e propri.

In questa prospettiva l'artefatto non viene utilizzato con il solo scopo di svolgere un compito, ma anche con l'obiettivo di costruire nuovi significati matematici sotto la guida di un esperto. Per questo motivo l'insegnante nel ruolo di guida, deve essere consapevole del potenziale semiotico dell'artefatto, soprattutto in termini di significati matematici. Nei capitoli successivi di questa tesi, il confronto incrociato di tre software permetterà di mettere in luce che ciascuno di essi ha un proprio potenziale semiotico: software diversi offrono diverse possibilità e punti di partenza per seguire, con l'obiettivo di arrivare alla costruzione di significati matematici, una certa strada piuttosto che un'altra.

È importante che i docenti ricevano una giusta formazione per poter sfruttare efficacemente le nuove tecnologie sul piano didattico; inoltre viene loro richiesto un aggiornamento continuo, dal momento che le tecnologie evolvono rapidamente.

L'uso di un artefatto, che diventa strumento di mediazione semiotica quando viene usato intenzionalmente dall'insegnante per mediare un contenuto matematico attraverso un intervento didattico pianificato, deve essere completamente integrato nell'attività della classe. Spesso invece nella pratica scolastica si ritrova una separazione netta tra le ore di lezione tradizionale e quelle di laboratorio, distinzione che viene a formarsi anche nella mente degli studenti che potrebbero così incontrare difficoltà ad integrare le varie conoscenze teoriche con le esperienze di laboratorio.

Un possibile ciclo didattico

Nella parte che segue viene presentato un possibile *ciclo didattico*, elaborato dalle autrici del quadro teorico appena presentato, rispettandone le ipotesi. Il ciclo didattico è costituito da una sequenza di passi che si possono seguire per diversi tipi di attività, con il fine di sviluppare il processo semiotico descritto in precedenza e la conoscenza dei concetti matematici.

Vediamo qual è la struttura del ciclo:

1°) *Attività con artefatti*. In questa fase gli studenti affrontano compiti che devono essere svolti con l'utilizzo di artefatti; vengono così sviluppati segni specifici legati ai particolari artefatti usati. Il lavoro proposto può essere svolto dagli studenti in coppie o in piccoli gruppi: questo genera il bisogno di comunicare, promuove lo scambio sociale e la produzione di segni, tra cui anche parole e gesti che non possono essere trascurati dall'analisi dell'insegnante, come vedremo in seguito.

2°) *Produzione individuale di segni*. Affinché le attività di laboratorio non si riducano ad attività di tipo esclusivamente ludico, è opportuno coinvolgere gli studenti in produzioni scritte individuali, che possono essere ad esempio schede di lavoro da compilare. Questa fase, di carattere semiotico, richiede un contributo personale nell'elaborazione di testi scritti e segni grafici che cominciano ad essere separati dalla contingenza della situazione proposta e dall'artefatto utilizzato; essi possono anche essere utilizzati nella fase successiva per discussioni collettive.

3°) *Produzione collettiva di segni*. Le discussioni collettive, come la discussione matematica, hanno un ruolo fondamentale nel processo di insegnamento – apprendimento e rappresentano il cuore del processo semiotico. In questa fase gli alunni sono tutti coinvolti in una discussione su un determinato argomento di matematica: l'insegnante lancia la discussione e favorisce il confronto tra le diverse idee di ciascun alunno o le diverse elaborazioni prodotte individualmente al passo precedente. L'obiettivo principale dell'azione dell'insegnante è quello di promuovere il movimento verso segni matematici, a partire dai contributi individuali degli studenti e dai potenziali semiotici derivanti dall'utilizzo di particolari artefatti.

Al termine del ciclo didattico si è passati dai segni legati all'artefatto ai segni matematici. I segni legati all'artefatto dipendono strettamente da esso e sono contestualizzati; rappresentano gli elementi di base da cui può partire il processo semiotico centrato sull'utilizzo di artefatti e finalizzato alla costruzione di conoscenza matematica. I segni matematici invece sono in relazione con i significati matematici condivisi dalla comunità, obiettivo da raggiungere nel processo di insegnamento – apprendimento; ovviamente devono essere presentati dall'insegnante in una forma che sia alla portata degli studenti.

In generale si può affermare che la soluzione di un problema non deve essere fine a se stessa, ma deve aprire la strada alla teoria sottostante.