

□ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta  $\geq 18$  e se il punteggio della prima parte  $\geq 12$ . Il tempo a disposizione è 2 ore.

**PRIMA PARTE**

1. Trovare la retta  $y = r(x)$  luogo dei punti  $(x, y) \in \mathbf{R}^2$  tali che  $x = \operatorname{Re}(z)$ ,  $y = \operatorname{Im}(z)$  e  $z$  soddisfi:  $|z - i| = |z + 2|$ . Allora il coefficiente angolare  $m$  della retta  $r$  è:  $m = \underline{\quad -2 \quad}$ .

3 pt.

2. Sia

$$\ell = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Sh}(3x) - 3e^x + 3}{x^2 + 2x^3}.$$

3 pt.

Allora  $\frac{2\ell}{3} = \underline{\quad -1 \quad}$ .

3. Sia  $f(x) = (1 + x)^{1/3} - 1$ . Sia  $t$  la retta tangente ad  $f$  in  $(0, f(0))$ . Allora  $t(3) = \underline{\quad 1 \quad}$ .

3 pt.

4. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_0^3 |(x - 2)(x + 1)| + \arctan\left(x - \frac{3}{2}\right) dx.$$

3 pt.

Allora  $6I = \underline{\quad 31 \quad}$ .

5. Sia per  $x \in \mathbf{R}$

$$f(x) = 3e^{3x} + 2x^5$$

3 pt.

e sia  $g$  la funzione inversa di  $f$ . Allora  $\frac{1}{g'(3)} = \underline{\quad 9 \quad}$ .

6. Sia

$$l := \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4 + \cos n}{n^2} + \sin n (\log(n^4 + 1) - \log(n + 1)^4) \right).$$

3 pt.

Allora  $2l = \underline{\quad 0 \quad}$ .

**SECONDA PARTE**

7. Sia  $f(x) = e^{-x^4} + 4$ ,  $x \in \mathbf{R}$ . Quali delle seguenti proprietà ha  $f$ ? A) continua, B) derivabile, C) sup. limitata, D) inf. limitata, E) monotona, F) convessa, G) concava, H) ha minimo assoluto, I) periodica.

4 pt.

La risposta è:   ABCD

8. Enunciare il teorema del confronto (o dei due carabinieri) per successioni.

*Soluzione:*

3 pt.

9. Dato il parametro reale positivo  $\alpha > 0$  e l'integrale improprio  $I = \int_0^{+\infty} \frac{2x}{x^\alpha + 3x + \alpha} dx$ , stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

5 pt.

- (a) Per ogni  $\alpha$  l'integrale diverge a  $+\infty$
- (b) L'integrale converge solo per  $\alpha \geq 2$
- (c) L'integrale converge solo per  $\alpha > 2$
- (d) L'integrale converge solo per  $\alpha > 0$
- (e) L'integrale converge solo per  $\alpha > 1$