FACOLTÀ DI INGEGNERIA. ESAME DI ANALISI MATEMATICA 1.

(Ingegneria Edile-Architettura.)

A.A. 2009/2010, DOCENTE: G. SANGALLI.

L'esame è costituito da una prova scritta e da una prova orale.
La prova orale va sostenuta nei giorni successivi al giorno della prova scritta, secondo un calendario che verrà concordato fra la Commissione giudicatrice e gli Studenti. **Il ritiro, durante una qualunque delle prove d'esame, equivale al non superamento dell'esame stesso.** Durante le prove d'esame, non è consentito l'uso nè di libri, nè di appunti, nè di calcolatrici tascabili, nè di telefoni cellulari.

Struttura delle prove scritte, relative agli appelli d'esame programmati a gennaio-febbraio e a giugno-settembre.
La prova è costituita da 12 esercizi "di calcolo", a risposta aperta, ed eventualmente alcune domande/esercizi "di teoria".
Per ciascuno dei quesiti verrà assegnato un punteggio positivo (dipendente dalla difficoltà) se la risposta è esatta, oppure 0 punti se la risposta è sbagliata o non è data.
La prova è superata, e lo Studente è ammesso a sostenere la prova orale, se il PUNTEGGIO TOTALE così conseguito è MAGGIORE O UGUALE DI 18 PUNTI.
L'iscrizione obbligatoria alle prove scritte degli appelli d'esame va effettuata tramite la procedura on-line della Facoltà di Ingegneria.
Si ricorda anche che **NON sono ammessi** a sostenere la prova scritta relativa al I appello di gennaio-febbraio gli Studenti che si sono presentati alla II prova scritta in itinere (nello stesso giorno).

Struttura della prova orale.
Il punteggio totale conseguito nella prova scritta (o, in alternativa, la somma dei punteggi totali conseguiti nelle due prove scritte in itinere) concorre, con il tipo di prova orale prescelto dallo Studente, alla determinazione del voto finale dell'esame. Al momento della compilazione del calendario delle prove orali, lo Studente sceglie il tipo di prova orale che vuole sostenere, fra le tre seguenti possibilità.

a) Prova orale di livello base. Consiste nella discussione e risoluzione di un esercizio "di calcolo", del tipo di quelli inseriti nelle prove scritte. Inoltre, lo Studente deve conoscere le definizioni e i teoremi fondamentali riportati nell'elenco successivo (vedi sotto). Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare 22/30, nè potrà superare di più di 3 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

b) Prova orale di livello medio. Oltre che saper risolvere esercizi di tipo elementare, lo Studente deve conoscere alcune definizioni, enunciati e dimostrazioni, come da elenco successivo (v. sotto). Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare 26/30, nè potrà superare di più di 7 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

c) Prova orale di livello elevato. Oltre a quanto richiesto per la prova orale di livello medio, lo Studente deve conoscere gli ulteriori argomenti come da elenco successivo (v. sotto); inoltre, deve saper discutere esercizi ed esempi di tipo meno elementare. Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare di più di 10 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

Definizioni, enunciati e dimostrazioni per le prove orali.

Premessa. Per comodità degli Studenti, si riporta, accanto ai teoremi con dimostrazione successivamente indicati, il riferimento al libro di testo consigliato (C. CANUTO–A. TABACCO, Analisi Matematica I, **II edizione**, Springer, Milano, 2005), che verrà citato d'ora in poi come (CT). Ovviamente, vanno comunque bene anche dimostrazioni alternative degli stessi teoremi.
Attenzione: è ora in commercio la **III edizione** del testo C. CANUTO–A. TABACCO, Analisi Matematica I. I riferimenti nel seguito riguardano tuttavia la **II edizione**.

Per la prova orale di livello base.
Vanno sapute le seguenti **definizioni** fondamentali:

- funzione, funzione limitata, funzione monotóna (nei vari casi), funzione pari, dispari, periodica; funzione continua in un punto o in un intervallo;
- derivata di una funzione; funzione derivabile, derivate di ordine superiore; massimi e minimi (assoluti o relativi) delle funzioni reali;
- primitiva e integrale indefinito.

Vanno saputi **l'enunciato e la dimostrazione** del teorema di annullamento della derivata o di Fermat ((CT), teorema 6.21 alle pagg. 184-185), e dei teoremi fondamentali del calcolo integrale ((CT), teorema 9.37 e corollari 9.38 e 9.39 alle pagg. 345-347).

Per la prova orale di livello medio.
Le definizioni, gli enunciati, e le dimostrazioni seguenti sono da conoscere con il necessario rigore formale (lo Studente deve essere in grado di scrivere la definizione o l'enunciato in linguaggio matematicamente corretto, con l'uso appropriato dei relativi quantificatori).

Definizioni.

- maggiorante, minorante, massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore di un insieme di numeri reali;
- funzione, funzione limitata, funzione monotóna (nei vari casi); funzione pari, dispari, periodica, convessa, concava; punto di flesso; funzione composta; funzione inversa;
- successione, successione convergente o divergente o oscillante; successione monotóna crescente o decrescente;
- limite di una funzione (nei vari casi); "o piccolo"; funzione continua in un punto o in un intervallo;
- derivata prima di una funzione; derivate di ordine superiore; massimi e minimi (assoluti o relativi) delle funzioni reali; punti critici (o stazionari);
- primitiva di una funzione; integrale indefinito; funzione integrabile e integrale definito (secondo Riemann); integrale improprio.
- somme parziali di una serie, serie convergente o divergente o indeterminata (oscillante), serie geometrica; serie a termini positivi, serie armonica; serie armonica generalizzata; serie assolutamente convergente, serie semplicemente convergente.

Enunciati (senza dimostrazione).

- Regole per il calcolo dei limiti; teorema dei carabinieri o secondo teorema del confronto per i limiti; teorema sui limiti di funzioni composte o teorema di sostituzione;
- regola di de l'Hôpital;
- teorema della media per gli integrali;
- regole di integrazione per parti e per sostituzione;
- criterio del confronto per le serie a termini positivi; criterio del rapporto per serie a termini positivi; criterio dell'integrale (o Mac Laurin) per le serie a termini positivi; criterio di Leibniz per le serie a segni alterni.

Teoremi con dimostrazione.

- $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$;
- unicità del limite ((CT), teorema 4.1 alle pagg. 91-92 o appunti presi a lezione);
- continuità delle funzioni derivabili ((CT), proposizione 6.3 alle pagg. 173-174);
- regola per il calcolo della derivata del prodotto di funzioni
- regola per il calcolo della derivata della "catena" (composizione di funzioni)
- espressione della derivata di x^n (col principio di induzione), $\sin(x)$, $\cos(x)$, e^x, $\ln(x)$, $\arcsin(x)$ e $\arctan(x)$;
- teorema di annullamento della derivata o di Fermat ((CT), teorema 6.21 alle pagg. 184-185);
- teorema di Rolle ((CT), teorema 6.22 alle pagg. 186-187);
- teorema del valor medio o di Lagrange ((CT), teorema 6.23 alle pagg. 187-188);
- teorema sul legame tra monotonia di una funzione e segno della sua derivata in un intervallo ((CT), teorema 6.26)
- teoremi fondamentali del calcolo integrale ((CT), teorema 9.37 e corollari 9.38 e 9.39 alle pagg. 345-347);
- condizione necessaria per la convergenza di una serie ((CT), Proprietà 5.25, par. 5.5);
- comportamento della serie geometrica e calcolo della sua somma;
- criterio della convergenza assoluta per le serie ((CT), Teorema 5.36 e 5.40);
- formule per l'integrale generale di equazioni differenziali ordinarie del primo ordine a variabili separabili, del primo ordine lineari, e del secondo ordine lineari a coefficienti costanti.

Per la prova orale di livello elevato.
Oltre a quanto richiesto per la prova orale di livello medio, lo Studente dovrà conoscere: il concetto di sottosuccessione; il concetto di funzione uniformemente continua in un intervallo ((CT), Complementi in rete); enunciati e dimostrazioni dei seguenti teoremi.
Teoremi con dimostrazione.

- teorema fondamentale delle successioni monotóne ((CT), teorema 3.9 a pag. 73 (dimostrazione sui Complementi in rete));
- teorema di Bolzano-Weierstrass (appunti presi a lezione)
- teorema di Weierstrass ((CT), teorema 4.31 a pag. 117 (dimostrazione sui Complementi in rete));
- teorema di esistenza degli zeri o di Bolzano ((CT), teorema 4.23 alle pagg. 112-113);
- teorema dei valori intermedi ((CT), corollario 4.27 + teorema 4.29 + corollario 4.30 alle pagg. 115-117, o appunti presi a lezione);
- teorema di Heine-Cantor o della continuità uniforme ((CT), teorema C.6.4 sui Complementi in rete);
- teorema di integrabilità delle funzioni continue ((CT), teorema 9.31 a pag. 337 (dimostrazione sui Complementi in rete)).