Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 17/06/16 - Tempo a disposizione: 2h
Matricola   Cognome e Nome

A1. [**7 punti**] Dato il campo

$$F(x,y) = \left(\frac{x^3}{x^4+y^4}, \frac{y^3}{x^4+y^4}\right)$$

determinarne il dominio e calcolarne il lavoro lungo la curva

$$\gamma(t) = (\sqrt{5}\cos t, \sin\frac{1}{2}t), \quad t \in [0, 1\pi]$$

A2. [**7 punti**] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(\frac{n\pi}{2})}{4n}(x-\sqrt{3})^n.$$

determinare il raggio di convergenza R e l'insieme di convergenza S.

A3. [**8 punti**] Dato il campo $F(x,y,z) := (xe^y, y, -ze^y + 4)$, si consideri la superficie $\Sigma := \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{16-x^2-y^2}, \text{ con } (x,y) : x^2+y^2 \leq 16\right\}$. Il flusso di F attraverso Σ vale

A4. [**8 punti**] Stabilire per quali valori di α, β, γ e δ in $\mathbb{R}$ la funzione

$$f(x,y) = \gamma x - \delta y + \alpha x^2 - \beta y^2 + y^4 - x^3$$

ha un punto di minimo relativo in $(0,0)$

B1. **[7 punti]** Si consideri il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right),$$

Allora: $\boxed{A}$ F è irrotazionale $\boxed{B}$ il dominio di F è $\mathbb{R}^2$ $\boxed{C}$ l'integrale di F lungo ogni curva chiusa è nullo $\boxed{D}$ F è conservativo.

B2. **[8 punti]** Date $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ differenziabili, si indichi con $A = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,3}$ la matrice Jacobiana di $\Phi := g \circ f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Denotando con $g = (g_1, g_2, g_3)$ le componenti di g, con $x = (x_1, x_2, x_3)$ e con t le variabili in $\mathbb{R}^3$ ed in $\mathbb{R}$, rispettivamente, si ha che $\boxed{A}$ $a_{13} = \dfrac{\partial g_1(f(x))}{\partial x_3}$ $\boxed{B}$ $a_{13} = \dfrac{\partial g_1(x)}{\partial x_3}$ $\boxed{C}$ $a_{13} = \dfrac{\partial g_1(t)}{\partial x_3}$ $\boxed{D}$ $a_{13} = \dfrac{dg_1(f(x))}{dt}\dfrac{\partial f(x)}{\partial x_3}$.

B3. **[7 punti]** Dati $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > -|x|\}$ e $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, si ha che $\boxed{A}$ Ω è semplicemente connesso $\boxed{B}$ $\Omega \cap B$ è chiuso $\boxed{C}$ Ω è limitato $\boxed{D}$ Ω è chiuso.

B4. **[8 punti]** Data $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ differenziabile, sia $\hat{v}$ un versore di $\mathbb{R}^d$. Allora, se $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, si ha $\boxed{A}$ $\dfrac{\partial f}{\partial(\lambda\hat{v})}(x) = \dfrac{\partial f}{\partial \hat{v}}(\lambda x)$ $\boxed{B}$ $\dfrac{\partial f}{\partial(\lambda\hat{v})}(x) = \dfrac{\partial f}{\partial \hat{v}}(x)$ $\boxed{C}$ $\dfrac{\partial f}{\partial(\lambda\hat{v})}(x) = \lambda\dfrac{\partial f}{\partial \hat{v}}(x)$ $\boxed{D}$ $\dfrac{\partial f}{\partial(\lambda\hat{v})}(x) = \dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\partial f}{\partial \hat{v}}(x)$.