

## ANALISI NUMERICA, 21/06/2012

1. Data la funzione  $f(x) = x^4$ 
  - a) si calcoli il polinomio di grado due che interpola  $f$  in un insieme di nodi equispaziati sull'intervallo  $[0,2]$ , estremi compresi
  - b) si calcoli l'errore di interpolazione nel punto  $\bar{x} = \frac{1}{2}$  e si determini il corrispondente punto  $\xi$  che compare nella formula dell'errore
  - c) si dia una maggiorazione dell'errore di interpolazione sull'intervallo  $[0, 2]$
  - d) si calcoli il polinomio di grado tre che interpola  $f$  nei nodi  $\left\{0, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$ .
2. Sia  $V = \text{span}\{1, \cos x, \sin x\}$ . Stabilire per quali valori di  $x_0$  esiste uno ed un solo elemento  $v \in V$  tale che

$$v(0) = y_1, \quad v(\pi) = y_2, \quad v'(x_0) = y_3,$$

comunque scelti  $y_1, y_2, y_3 \in \mathbb{R}$ .

3. Data la formula di quadratura interpolatoria

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx \alpha_0 f(-a) + \alpha_1 f(0) + \alpha_2 f(a), \quad a \in \mathbb{R}$$

- a) si determinino i pesi della formula in funzione del parametro  $a$
  - b) si determini il valore di  $a$  che massimizza il grado di precisione della formula
  - c) si dica, motivando la risposta, se la formula ottenuta è una formula di Gauss.
4. Siano  $A$  e  $B$  matrici quadrate non singolari. Indicato con  $\mu(M)$  il condizionamento di  $M$  in norma 2, dire se è possibile che si verifichino le seguenti condizioni:
    - a)  $\mu(A) = 10, \mu(B) = 10, \mu(AB) = 1$
    - b)  $\mu(A) = 1, \mu(B) = 1, \mu(AB) = 10$ .

In caso affermativo si presenti un esempio e in caso negativo si dia una spiegazione del perché.