

ANALISI NUMERICA, 21/09/2012

1. Dato $x = (12.7)_{10}$, siano y la rappresentazione di x in base 2 arrotondata a 7 cifre e z la rappresentazione di y in base 10. Si calcolino l'errore assoluto e l'errore relativo commessi approssimando x con z .

2. Dato il sistema $Ax = b$, $b \in \mathbb{R}^3$ e

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

si consideri il metodo iterativo di tipo splitting corrispondente alla decomposizione $A = M - N$ con M matrice diagonale di elementi $M_{ii} = \frac{a}{3}$, $i = 1, 2, 3$. Si stabilisca per quali valori di a il metodo è convergente.

3. a) Si determi la spline lineare che interpola la funzione

$$f(x) = x^3 + 3x$$

nei punti $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 3$. Si stimi l'errore commesso sull'intervallo $[0, 3]$ in norma infinito.

- b) Si calcoli il numero minimo di sottointervalli di uguale ampiezza in cui suddividere l'intervallo $[0, 1]$ affinché l'errore commesso in norma infinito interpolando la funzione

$$f(x) = 4x^2 + 1$$

con una spline lineare sia minore di 10^{-2} .

4. Si consideri il seguente metodo per l'approssimazione di un problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \eta_0 = y_0 \\ \eta_{i+1} = \eta_i + \alpha h f(t_i, \eta_i) + \beta h f(t_{i+1}, \eta_i + h f(t_i, \eta_i)), \end{cases}$$

con α e β costanti positive. Si determini per quali valori di α e β il metodo è consistente.

Effettuata la scelta $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$ (metodo di Heun), si determini l'ordine di consistenza.